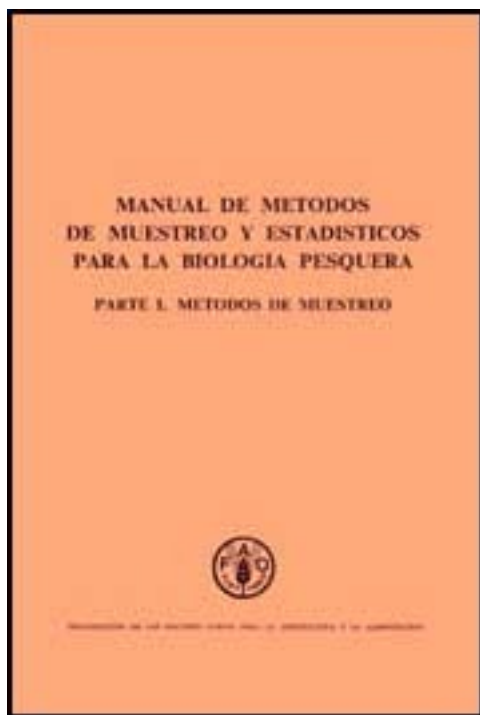


Manual 3. Manual de Métodos de Muestreo y Estadísticos para la Biología Pesquera - Parte 1. Métodos de Muestreo

58



[Indice](#)

Manuales de la FAO de ciencias pesqueras
Nº 3
FRs/M3

por

J.A. GULLAND

Laboratorio de pesca
Lowestoft (Inglaterra)

Nota
Prefacio
Indice

ORGANIZACION DE LAS NACIONES UNIDAS PARA LA AGRICULTURA Y
LA ALIMENTACION
ROMA, 1966

MANUALES DE LA FAO DE CIENCIAS PESQUERAS*

Impresos	
FRs/M3	Manual de métodos de muestreo y estadísticos para la biología pesquera. Parte 1. Métodos de muestreo. Secciones 1-5.
En edición provisional	
FB/M2	Manual of fisheries science.
Fib/T26 Suppl. 1	Manual of sampling and statistical methods for fisheries biology. Part 2. Statistical methods. Section 5. Computations.
Fib/T40	Manual of methods for fish stock assessment. Part 1. Population analysis.
Fib/T38	Manual of methods for fish stock assessment. Part 2. Tables of yield functions.
Fib/T41	Manual of methods for fish stock assessment. Part 3. Selectivity of fishing gears.
Fib/T51	Manual de métodos para la evaluación de los stocks de peces. Parte 4. Informe sobre marcado.
En preparación	
Fib/M1	Manual de métodos de la biología pesquera. Manual de métodos de muestreo y estadísticos para la biología pesquera. Parte 2. Métodos estadísticos. Secciones 6 <i>et seq.</i> Manual de métodos para la evaluación de los stocks de peces. Parte 5. Evaluación directa.

* Abreviatura de la *World list of scientific periodicals: FAO Man. Fish. Sci.*

© FAO 1966

Impreso en Italia

La presente versión electrónica de este documento ha sido preparada utilizando programas de reconocimiento óptico de texto (OCR) y una revisión manual cuidadosa. No obstante la digitalización sea de alta calidad, la FAO declina cualquier responsabilidad por las eventuales diferencias que puedan existir entre esta versión y la versión original impresa.

Indice

[NOTA](#)

[PREFACIO](#)

[SECCIÓN 1. Introducción y estadística general](#)

[1.1 Introducción](#)

[1.2 Estadística elemental](#)

[Ejemplo 1.2.1](#)

[Ejemplo 1.2.2](#)

[Ejemplo 1.2.3](#)

[Ejemplo 1.2.4](#)

[Ejemplo 1.2.5](#)

[Ejemplo 1.2.6](#)

[SECCIÓN 2. Teoría del muestreo](#)

[2.1 Introducción](#)

[Ejemplo 2.1.1](#)

[Ejemplo 2.1.2](#)

[2.2 Muestreo al azar](#)

[2.2.1 Números al azar](#)

[Ejemplo 2.2.1.1](#)

[Ejemplo 2.2.1.2](#)

[2.3 Muestreo estratificado](#)

[Ejemplo 2.3.1](#)

[Ejemplo 2.3.2](#)

[Ejemplo 2.3.3](#)

[2.4 Submuestreo, o muestreo en dos etapas](#)

[Ejemplo 2.4.1](#)

[Ejemplo 2.4.2](#)

[Ejemplo 2.4.3](#)

[Ejemplo 2.4.4](#)

[SECCIÓN 3. Muestreo de las capturas](#)

[3.1 Métodos de muestreo para las estadísticas de captura y esfuerzo](#)

[3.1.1 Estadísticas necesarias](#)

[3.1.2 Definición de la población y elección de la unidad de muestreo](#)

[Ejemplo 3.1.2.1](#)

[3.1.3 Estimación de la captura total](#)

[Ejemplo 3.1.3.1](#)

[Ejemplo 3.1.3.2](#)

[3.1.4 Estimaciones de la cantidad devuelta al mar](#)

[Ejemplo 3.1.4.1](#)

[3.1.5 Estadística de esfuerzos](#)

[3.2 Muestreo de la composición de longitudes](#)

[3.2.1 Métodos de medición y registro](#)

[3.2.2 Selección de la muestra](#)

[3.2.3 Momento y lugar para el muestreo de las capturas comerciales](#)

[3.2.4 Estratificación](#)

[Ejemplo 3.2.4.1](#)

[Ejemplo 3.2.4.2](#)

[Ejemplo 3.2.4.3](#)

[Ejemplo 3.2.4.4](#)

[Ejemplo 3.2.4.5](#)

[3.2.5 Tamaño de la muestra](#)

[Ejemplo 3.2.5.1](#)

[3.2.6 Factores elevadores](#)

[Ejemplo 3.2.6.1](#)

[3.3 Muestreo indirecto](#)

[Ejemplo 3.3.1](#)

[Ejemplo 3.3.2](#)

[Ejemplo 3.3.3](#)

[SECCIÓN 4. Muestreo de la población en el mar](#)

[4.1 Problemas generales](#)

[4.2 Toma de datos con un barco de investigación](#)

[4.3 Las capturas comerciales como muestras de una población](#)

[4.3.1 Indices de abundancia](#)

[Ejemplo 4.3.1.1](#)

[Ejemplo 4.3.1.2](#)

[Ejemplo 4.3.1.3](#)

[4.4 Composición de la población](#)

[Ejemplo 4.4.0.1](#)

[4.4.1 La pesca efectuada por más de una flota](#)

[Ejemplo 4.4.1.1](#)

[Ejemplo 4.4.1.2](#)

[4.4.2 Tablas longitud-edad](#)

[Ejemplo 4.4.2.1](#)

BIBLIOGRAFÍA



NOTA

En el prefacio se describen el origen y propósito de la serie *Manuales de la FAO de ciencias pesqueras*. La Parte 1 del presente volumen, compuesta por las cuatro primeras secciones del Manual, se ocupa de los métodos de muestreo. Es una revisión del *FAO Fisheries Biology Technical Paper* N° 26, que se publicó en octubre de 1962 en versión inglesa provisional; esta publicación, a su vez, era una versión ampliada del trabajo de J.A. Gulland (1957) *Boletín de pesca de la FAO (Es)*, 10(4): 179-209 (publicado en inglés, francés y español) y revisado basándose en la experiencia adquirida por el autor en un Centro de Capacitación FAO/PAAT sobre la Metodología de las Investigaciones y Técnicas acerca de la Caballa (*Rastrelliger*), celebrado en Bangkok (Tailandia) en 1958; y en un Curso de Capacitación sobre Dinámica de las Poblaciones de Peces, celebrado en Lowestoft (Inglaterra) en 1957. El documento técnico N° 26, que se preparó a petición del Consejo de Pesca del Indo-Pacífico (Karachi, reunión de 1960), se utilizó en los seminarios dados por el autor en Australia en 1962 y 1964, en el segundo Curso de Capacitación sobre Evaluación de las Poblaciones de Peces, patrocinado por el Consejo Internacional para la Exploración del Mar (CIEM) y celebrado en Lowestoft en 1963, y en el Centro de Capacitación FAO/PAAT sobre Investigaciones acerca del Atún y la Caballa, que tuvo lugar en Australia en 1964. La presente versión incorpora las enmiendas basadas en esta experiencia y en los abundantes comentarios recibidos de corresponsales. Aunque en principio también se pueden aplicar a las pesquerías continentales, los métodos descritos y los ejemplos ofrecidos se refieren fundamentalmente a las investigaciones marinas.

La Parte 2 de este Manual, que trátala de los métodos estadísticos, estará compuesta por una serie de fascículos, consistente cada uno de ellos en una sección escrita por un determinado autor y que se ocupará de un método útil en biología pesquera, con ejemplos prácticos. La preparación de estas secciones es un proyecto realizado en común por la FAO y el CIEM, del que se encarga un grupo editorial conjunto, dirigido por el Sr. J.A. Pope. Los planes y procedimientos para publicarlos se describen en la versión provisional del Capítulo 5 («Computations», por K.P. Anderson) publicado en 1965 como *FAO Fisheries Technical Paper* N° 26, Suppl. 1.





PREFACIO

Hace algunos años, en una de las primeras reuniones del Consejo de Pesca del Indo-Pacífico, se hizo observar la necesidad de libros de texto que abarcaran cada uno de los aspectos de la ciencia de la pesca. Se hicieron a la sazón proyectos para una serie de manuales destinados a los especialistas de pesca de la región del Indo-Pacífico, pero, sin embargo, el avance en la preparación de los mismos fue muy lento por distintas razones. Mientras tanto, la Organización de las Naciones Unidas para la Agricultura y la Alimentación ha comprobado, a través de su Programa Ampliado de Asistencia Técnica, de su experiencia en la realización de centros regionales de capacitación y, más recientemente, como organismo de ejecución de proyectos pesqueros efectuados al amparo de la sección del Fondo Especial del Programa de las Naciones Unidas para el Desarrollo, que la necesidad de tales manuales rebasaba la región del Indo-Pacífico. En consecuencia, la Organización se encargó de patrocinar la producción de tal serie con vistas a su uso con carácter mundial.

No hay duda alguna de la necesidad de manuales del tipo de los proyectados. La ciencia de la pesca es nueva, las instituciones dedicadas a su enseñanza pocas, y los profesionales de esta rama no abundan en absoluto. Por ello, no es de extrañar que no se hicieran muchos esfuerzos para tratar de cristalizar en un lenguaje de manual, ideas y conceptos que aun hoy día están tomando forma. Tampoco la FAO quiere ser prematura en esta cuestión, y los mencionados manuales, por consiguiente, no serán libros de texto en el sentido corriente, sino más bien guías prácticas en las que se describan técnicas y planes y se presenten las ideas y opiniones sobre esta ciencia que actualmente son de aceptación general. Al hacerlo, se ha tenido presente que, con mucha frecuencia, puede ocurrir que no todas las publicaciones científicas en que se describen determinados métodos están a la disposición de los técnicos e investigadores a los cuales se destinan estos manuales, sobre todo en los países en desarrollo; y también que, aunque muchos de los métodos para determinados objetivos - especialmente en oceanografía - vienen descritos con mayor amplitud en algunos de los manuales ya existentes, tampoco éstos son siempre accesibles a los usuarios ni se publican en un idioma que éstos puedan comprender

fácilmente.

Una característica singular de éste y otros manuales de la serie de la FAO será la combinación de descripciones de métodos aplicables tanto a las investigaciones de aguas interiores como marítimas: creemos que esto resultará especialmente útil en los países en desarrollo, en los que las escasísimas personas capacitadas en este ramo se ven obligadas de vez en cuando a hacer estudios concretos fuera de la esfera de su especialidad particular.

La producción de estos manuales es una empresa en cooperación, en la cual autores, consultores y usuarios se conciertan para decidir cuáles son los conceptos, métodos y expresiones que han sobrevivido a un ensayo suficiente para merecer su inclusión. Debido a la rapidez con que se está desarrollando la ciencia de la pesca, los manuales se publican en fascículos independientes para permitir así la fácil modificación de las distintas secciones.

Se solicita la colaboración de todos los especialistas pesqueros en la tarea de la corrección de los manuales, y asimismo se recibirán con agrado las observaciones y sugerencias de los lectores.

La compilación y publicación en tres idiomas de manuales técnicos como los presentes es necesariamente un proceso largo. Desde que se comenzó a trabajar en ellos, se han creado la Comisión Oceanográfica Intergubernamental de la Unesco y el Comité Científico para la Investigación Oceánica dependiente del Consejo Internacional de Uniones Científicas, mientras que la Oficina de Oceanografía de la Unesco, el Consejo Internacional para la Exploración del Mar y otros organismos internacionales, a través de grupos de trabajo especializados o por otros procedimientos uniformes, han comenzado estudios para analizar muchos métodos oceanográficos y proponer normas uniformes para ellos. Puede muy bien suceder, por tanto, que algunos de los métodos propuestos inicialmente para su inclusión en este manual queden pronto anticuados. Sin embargo, en el momento de entrar en prensa, se considera que los métodos descritos en cada volumen son útiles, aun cuando algunos no sean totalmente satisfactorios.

ROY I. JACKSON
Director General Auxiliar,
Departamento de Pesca





SECCIÓN 1. Introducción y estadística general

[1.1 Introducción](#)

[1.2 Estadística elemental](#)

1.1 Introducción

La mayor parte de las magnitudes que aparecen en la investigación pesquera no pueden ser observadas o medidas directamente para el conjunto de la población; por ejemplo, es virtualmente imposible medir todos los peces capturados y, aún menos, todos los peces que existen en el mar. Se hace preciso, por tanto, examinar una parte o muestra de la población para deducir las características que la definen, por ejemplo, el porcentaje de peces maduros, o la talla media. Suponiendo que esta muestra viene a ser una representación del conjunto de la población, se puede hacer una estimación de los valores verdaderos en la población. Si se ha empleado un buen sistema de muestreo, entonces las estimaciones realizadas diferirán poco de los valores verdaderos. Precisamente, el propósito de este manual es exponer métodos para el desarrollo de sistemas adecuados de muestreo para la deducción de las magnitudes de mayor interés en la? investigaciones de biología pesquera.

1.2 Estadística elemental

[Ejemplo 1.2.1](#)

[Ejemplo 1.2.2](#)

[Ejemplo 1.2.3](#)

[Ejemplo 1.2.4](#)

[Ejemplo 1.2.5](#)

[Ejemplo 1.2.6](#)

Antes de entrar en la materia, es necesario describir algunos de los conceptos básicos de la teoría del muestreo. La estadística versa sobre las propiedades numéricas de los conjuntos (o poblaciones) de objetos. Tales poblaciones pueden ser realmente biológicas, como los *Rastrelliger* del océano Indico, o conjuntos de medidas concretas, como, por ejemplo, una serie de temperaturas, o las estimaciones posibles de una cantidad (por ejemplo, la longitud media de los peces) obtenidas a partir de un determinado sistema de muestreo. Así resulta que las medidas que se hacen sobre una población (longitudes de peces) pueden constituir por sí mismas a su vez otra población (cuando se calcula la longitud media). Cada miembro de una población (un

pez) tiene un valor numérico (su longitud), que se llama la variable, y ha de pertenecer a un intervalo de valores posibles. De esta manera, una población puede ser descrita por la frecuencia con que cada valor posible aparece. A esta representación se le llama una distribución de frecuencias, que puede ser, o bien discontinua, cuando sólo son posibles ciertos valores, como los de 1, 2, 3, 4, 5, ó 6 que proporciona un dado, o bien continua, cuando, al menos dentro de un intervalo, pueden darse todos los valores; por ejemplo, las longitudes de los peces. A menudo, la distribución se representa gráficamente, ya sea por medio de un histograma o por un polígono de frecuencias, pero, a este efecto, los valores de las variables continuas se suelen agrupar. La altura de cada punto de un polígono de frecuencias vendrá determinada por la frecuencia; por ejemplo, el número de individuos de un cierto valor o que se producen en un determinado intervalo (en cuyo caso se toma el punto medio del intervalo); en el caso de un histograma, la frecuencia en el intervalo viene expresada por el área de cada sección, pudiéndose usar diferentes clases de intervalos, como, por ejemplo, de 1 cm para los peces pequeños, y de 5 cm para los grandes.

Ejemplo 1.2.1

Para la distribución de frecuencias de longitudes del bacalao del Mar del Norte (tomado de Russell, 1922), colóquense los datos siguientes a modo de un polígono de frecuencias y de un histograma, primero tal como están dados los datos (en intervalos de 1 cm), y luego agrupados, por ejemplo, cada 2 cm, 3 cm, 5 cm, 10 cm y 20 cm.

Long. (<i>l</i>)	Frec. (<i>n</i>)	<i>l</i>	<i>n</i>	<i>l</i>	<i>n</i>	<i>l</i>	<i>n</i>	<i>l</i>	<i>n</i>	<i>l</i>	<i>n</i>
25	2	39	18	53	15	67	-	81	-	95	-
26	7	40	15	54	8	68	-	82	2	96	-
27	8	41	13	55	6	69	-	83	1	97	-
28	9	42	13	56	11	70	1	84	-	98	-
29	13	43	19	57	7	71	1	85	-	99	-
30	12	44	19	58	4	72	-	86	1	100	-
31	9	45	21	59	5	73	1	87	1	101	-
32	15	46	13	60	1	74	-	88	-	102	1
33	7	47	19	61	2	75	-	89	-	103	-
34	7	48	21	62	1	76	-	90	-	104	-
35	5	49	8	63	2	77	1	91	-	105	-
36	12	50	22	64	-	78	1	92	1		
37	13	51	18	65	-	79	-	93	-		
38	16	52	18	66	2	80	1	94	-	TOTAL: 449	

Trácese también un histograma utilizando un agrupamiento menos sutil (por ejemplo, 10 cm contra 2 cm), para los peces de más de 60 cm.

Compárese el agrupamiento usando diferentes puntos para esta operación, por ejemplo, para un agrupamiento de 5 en 5 cm, los grupos 25-29, 30-34, etc., o bien 27-31, 32-36, etc.

El trazado de las gráficas debe hacerse a la misma escala efectiva; si se usan intervalos de 2 cm, las frecuencias para cada intervalo serán dobles que si son de 1 cm y, por lo tanto, la escala deberá ser la mitad; por ejemplo, si en el intervalo de 1 cm empleamos 10 unidades del papel para gráficas para significar la unidad de frecuencia, cuando usamos los intervalos de 2 cm esta misma frecuencia deberá estar representada por 5 unidades

del papel. Es decir, la longitud de la escala deberá quedar inalterada. Colocando de esta manera varios polígonos e histogramas, resultarán casi idénticos.

Emplearemos el mismo ejemplo para considerar la elección correcta de la clase de intervalo. En este caso, el intervalo de 1 cm resulta ínfimo, y produce mucho trabajo en los cálculos, en la escritura, etc. Los valores que se dan son sólo una muestra de una cantidad mucho mayor de datos, por lo que fácilmente puede suponerse que las irregularidades que aparecen entre grupos contiguos son puramente casuales. Posiblemente una excepción sea el máximo en 50 cm y la baja frecuencia en 49 cm, lo que también aparece, aunque menos marcado, en la serie completa de datos. Este fenómeno bien puede ser debido a una tendencia inconsciente a redondear las medidas, de modo que varios peces que en realidad tenían 49 (o 51) cm fueron medidos como de 50 cm.

La mejor forma de agrupamiento - seguramente en el ejemplo de cada 3 ó 5 cm - dependerá de los mismos datos; cuanto mayor sea la cantidad de datos y más compleja la distribución de frecuencias tanto más numerosos y sutiles serán los intervalos. Una buena regla consiste en considerar que el número máximo normal de intervalos es de unos 20, y que, excepto para unos pocos intervalos de los extremos de la distribución, la cantidad en cada intervalo no debe ser mucho menor de 10.

Ejemplo 1.2.2

En el siguiente cuadro (tomado de Fitch, 1958) se da la composición de tallas de la caballa del Pacífico capturada en aguas de California en los años 1956-57.

<i>l</i> = longitud, en cuartos de centímetro; <i>n</i> = número de peces									
<i>l</i>	<i>n</i>	<i>l</i>	<i>n</i>	<i>l</i>	<i>n</i>	<i>l</i>	<i>n</i>	<i>l</i>	<i>n</i>
80		95	6	110	25	125	19	140	13
81		96		111	24	126	26	141	16
82		97	9	112	24	127	13	142	15
83	1	98	6	113	28	128	22	143	8
84		99	10	114	31	129	17	144	5
85		100	21	115	19	130	24	145	3
86		101	13	116	24	131	20	146	11
87	1	102	14	117	25	132	14	147	2
88	1	103	16	118	30	133	18	148	6
89	2	104	22	119	30	134	27	149	
90	2	105	33	120	17	135	16	150	
91	1	106	24	121	28	136	20	151	2
92	3	107	21	122	31	137	15	153	1
93	1	108	23	123	16	138	16	154	1
94	6	109	31	124	28	139	13	156	1
								TOTAL	1011

Colóquense estos datos en un histograma.

Repítase usando grupos de 1/2, 1 y 2 cm.

Muchas distribuciones de frecuencias, al ser representadas gráficamente, presentan máximos con oscilaciones más o menos amplias por encima o por debajo de estos máximos. La diferencia más esencial entre las distribuciones consiste en la diversa posición de dichos máximos (por ejemplo, el máximo en el Ejemplo 1.2.1 se encuentra entre 40 y 50 cm y en la parte que se extiende por encima y por debajo del máximo). Para determinar la posición de la distribución, se suelen emplear una o más de tres cantidades. La de uso general es la media aritmética, o simplemente la media, que generalmente se representa por una m .

Supongamos que han sido medidos 10 peces, de tallas 15, 19, 17, 22, 14, 13, 18, 17, 16 y 18 cm;

$$\text{media} = m = \frac{1}{10}(15+19+17+22+14+13+18+17+16+18) = \frac{1}{10}(169) = 16,9$$

Esto se puede escribir de una forma más general llamando x a la longitud del pez, y añadiendo un sufijo para denotar la longitud de peces determinados; en el ejemplo anterior

$$m = \frac{1}{10}(x_1+x_2+x_3+\dots+x_{10})$$

Aún mejor, podemos representar por x_i la longitud de un pez cualquiera, siendo i uno de los valores, 1, 2, 3,... 10 y $m = 1/10$ (Suma de los x_i cuando $i = 1, 2... 10$).

Esto puede abreviarse usando el símbolo Σ en vez de suma de, y poniendo los extremos de i arriba y abajo del símbolo Σ , tal como

$$m = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{i=10} x_i$$

De la misma manera que el símbolo $\sqrt{\quad}$ indica que debe tomarse la raíz cuadrada del número que sigue a continuación, el símbolo Σ se refiere a lo que debe hacerse con los números que, le siguen, esto es, sumarlos todos desde el término inicial al final, según se indica con los números colocados arriba y abajo del símbolo Σ .

Con frecuencia, esta expresión aún se abrevia más suprimiendo las i de los valores extremos como ocurre corrientemente, es obvio que i toma los valores, en este ejemplo, de 1 a 10

$$m = \frac{1}{10} \sum x_i$$

o bien, $m = \frac{1}{10} \sum x_i$ cuando se sobreentienden fácilmente cuáles son estos límites

De la misma manera, si deseamos escribir una expresión de la media para un número n de términos, indicamos con n dicho número (en el ejemplo anterior $n = 10$),

$$m = \frac{1}{n} \sum x_i$$

$$m = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

$$m = \frac{1}{n} \sum x_i$$

.....(1.1)

También se usa la moda, o el valor en el cual se produce uno (o varios) máximos de frecuencia, y la mediana, o punto del 50 por ciento, que es un valor tal que en la población hay igual número de individuos de los que valen más como de los que valen menos. En la mayor parte de las distribuciones, la mediana queda entre la moda y la media, algo más cerca de esta última (como sugiere la disposición de las palabras en un diccionario). La moda tiene sus mejores aplicaciones en las distribuciones complejas con varios máximos, por ejemplo, en la composición de longitudes de la captura de peces que pertenecen a varias clases anuales. En estos casos, la media aritmética puede tener mucha menos importancia que los valores de cada moda, que, por ejemplo, pueden representar las longitudes de cada clase anual. La forma más sencilla de

determinar la moda o modas consiste en colocar los datos en forma de histogramas o de polígono de frecuencias, pudiendo leer los valores en la curva trazada. Las formas de estas distribuciones suelen quedar muy afectadas por las variaciones al azar de los datos, de modo que son precisas muestras muy numerosas para determinar las modas con alguna precisión.

La mediana queda menos afectada por los errores al azar que la moda, aunque más que la media, que es la que con mayor precisión da la medida de la posición de la distribución. Sin embargo, cuando los datos no han sido agrupados, o lo han sido de una manera sutil, la mediana puede ser calculada rápidamente. En el caso de que no hayan sido agrupados, la estimación de la mediana vendrá dada por el miembro central, si el número de la muestra es impar, o por valor intermedio entre los dos miembros centrales, si es par. Cuando los datos han sido agrupados, puede hacerse una estimación aproximada de la mediana tomando el punto medio del intervalo en que se encuentra el miembro central; más precisamente, está dado por una proporción dentro de este intervalo. Por ejemplo, en una muestra de 101 peces, 40 tienen una longitud inferior a 16 cm, 15 están entre 16/17 cm y 46 miden más de 17 cm. El miembro central estará en el grupo de los que miden 16/17 cm, y será el décimo empezando por los más pequeños, de modo que la estimación de la mediana será $16 + 10/15 = 16,7$ cm

Ejemplo 1.2.3

Estímense la media, la mediana y la moda de la distribución del Ejemplo 1.2.1. Compárese

el tiempo
$$\text{Media} = \frac{1}{449} (2 \times 25 + 7 \times 26 + \dots + 1 \times 102) = \frac{1}{449} \times 19877 = 44,28 \text{ cm}$$

La mediana vendrá dada por el 225° pez, colocados éstos por orden ascendente o descendente de tamaños, y que, por consiguiente, pertenece al grupo de 44 cm. Si los peces han sido medidos agrupándolos en el centímetro más próximo, de modo que este grupo contiene peces que miden de 43,5 cm hasta 44,5 cm, una estimación más precisa de la mediana será

$$43,5 + 12/19 = 44,1 \text{ cm}$$

(Obsérvese que la mediana puede ser estimada haciendo la proporción tanto a partir del pez más pequeño como del más grande, siendo conveniente confrontar ambas estimaciones.)

Existe una moda definida sobre el valor de 30 cm, y otras probables alrededor de 40 y 50 cm.

Ejemplo 1.2.4

Repítase el Ejemplo 1.2.3, usando los datos del Ejemplo 1.2.2, tal como están dados, y en grupos de 1/2 y 1 cm. Compárese la estimación realizada de la posición de las modas con el hecho de que los datos originales proceden de peces pertenecientes a clases de 6 años, siendo aproximadamente las longitudes medias de las clases anuales de 21 cm (sólo cuatro peces), 27,5 cm, 31 cm, 33,5 cm y 38 cm (sólo tres peces).

La media (o la moda o la mediana) dicen cuál es la posición de la distribución - qué es el valor medio (o el más frecuente o central) de los individuos; por ejemplo, las longitudes del bacalao en el Ejemplo 1.2.1 están centradas alrededor de 50 cm. También se desea conocer cómo varían estas longitudes con respecto al valor central - si todas las longitudes de peces quedan entre 49 y 51 cm, o si, como en el ejemplo, varían entre 25 y 100 cm, o entre 5 y 150 cm. Si se toman las diferencias entre los valores individuales y la media, algunas serían positivas y otras negativas, y, por tanto, el promedio de todas será de aproximadamente cero. Por ello se suele tomar el cuadrado de la diferencia entre el

valor individual y la media, y al valor medio de estos cuadrados se le llama variancia. Así, un grupo de 10 peces del Ejemplo 1.2.1 tiene las longitudes de

35, 38, 40, 44, 45, 47, 50, 52, 53 y 66 cm

La longitud media es de 47 cm; las diferencias individuales con respecto a la media son

-12, -9, -7, -3, -2, 0, +3, +5, +6 y +19 cm

de modo que la variancia de la población formada por las longitudes de este pequeño grupo

$$\frac{1}{10}(144+81+49+9+4+9+25+36+361)=\frac{1}{10}\times 718=71,8$$

La raíz cuadrada de la variancia, que viene a ser un valor medio de las desviaciones con respecto a la media, se llama desviación típica. La desviación típica de la población anterior es 8,45 cm.

En términos matemáticos, la variancia se representa generalmente por S^2 , y la fórmula para la variancia

$$S^2 = \frac{1}{N} \sum (x_i - M)^2 \dots\dots\dots(1.2)$$

donde M es la media de la población y N el número total en la población. Si se tiene una muestra de una población, la estimación de la variancia será¹

$$s^2 = \frac{1}{n} \sum (x_i - M)^2$$

¹ Es preciso señalar que, en la teoría estadística, es de importancia fundamental la distinción entre los valores de los parámetros (media, variancia, etc.) de las verdaderas poblaciones y los valores que resultan de las estimaciones realizadas a través de las muestras. En la mayor parte de los libros de texto, para distinguirlos, se usan letras griegas para los valores de la población, y latinas para las estimaciones. En aplicaciones sencillas se puede ignorar esta distinción, pero en este caso era preciso tenerla en cuenta.

Sin embargo, normalmente la verdadera media de la población, M , no es conocida, y se debe estimar a partir de la muestra. La estimación de la variancia

será en términos de la muestra, m , y en términos de la suma en términos de M , se tiene

$$\begin{aligned} \sum (x_i - m)^2 &= \sum (x_i^2 - 2mx_i + m^2) \\ &= \sum (x_i^2 - 2Mx_i + m^2 + 2(M - m)x_i - M^2 + M^2) \\ &= \sum ((x_i - M)^2 + 2(M - m)x_i + m^2 - M^2) \end{aligned}$$

Esta expresión puede ser escrita en términos de la muestra, que, agrupados en

$$\sum (x_i - M)^2 = \sum 2(M - m)x_i + \sum (m^2 - M^2)$$

En el segundo término, el factor 2 ($M - m$) es común para todos los elementos de la suma, así que puede sacarse y, en el tercer término, todos los elementos son iguales, habiendo n

$$\begin{aligned} \sum (x_i - M)^2 + 2(M - m) \sum x_i + n(m^2 - M^2) \\ \sum (x_i - M)^2 + 2(M - m)nm + n(m^2 - M^2) \\ \sum (x_i - M)^2 - n(m - M)^2 \\ \sum (x_i - m)^2 \end{aligned}$$

y como $\sum (x_i - M)^2$ es un cuadrado, $\sum (x_i - m)^2$ será menor que $\sum (x_i - M)^2$ si m es positivo (o cero) si m es menor que M , $\frac{1}{n} \sum (x_i - m)^2$ será menor que $\frac{1}{n} \sum (x_i - M)^2$ si m es menor que M , o igual, si $m = M$. Por tanto, $\frac{1}{n} \sum (x_i - m)^2$ será menor que $\frac{1}{n} \sum (x_i - M)^2$, y dará lugar a una estimación baja y sesgada de la variancia, que puede ser exactamente corregida dividiendo no por n , sino por $n - 1$, como puede demostrarse matemáticamente. Las estimaciones no sesgadas de la variancia se obtienen por medio de la fórmula

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - m)^2 \dots\dots\dots(1.3)$$

Las fórmulas de la media y de la variancia pueden ser escritas de varias maneras con objeto de simplificar los cálculos. Cuando la fórmula de la variancia tenemos que

$$\begin{aligned} (n-1)s^2 &= \sum_{i=1}^n (x_i - m)^2 = \sum_{i=1}^n (x_i^2 - 2mx_i + m^2) \\ &= \sum_{i=1}^n x_i^2 - 2m \sum_{i=1}^n x_i + nm^2 \\ &= \sum_{i=1}^n x_i^2 - nm^2 \end{aligned}$$

que también puede escribirse como que

$$\begin{aligned} (n-1)s^2 &= \sum_{i=1}^n x_i^2 - m \sum_{i=1}^n x_i \\ \text{o} \\ (n-1)s^2 &= \sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2 \dots\dots\dots(1.4) \end{aligned}$$

La fórmula (1.4) es muy útil cuando se dispone de una máquina de calcular que permita cálculos rápidos de sumas de cuadrados. Si las computaciones se disponen de una manera adecuada, entonces llegan a ser en una gran extensión autocorrobantes. Primero debe calcularse $\sum x_i$ y la media. Luego colocar x_1 en el

registrador y elevarlo al cuadrado, de modo que en el resultado del registrador aparezca x_1^2 , y en el registrador del multiplicador x_1 . Sin borrar estas entradas, poner x_2 y elevarlo al cuadrado, de modo que en los resultados del multiplicador aparezcan $x_1^2 + x_2^2$ y $x_1 + x_2$ respectivamente. Repitiéndose esto para los n números, se obtiene finalmente $\sum x_i^2$ y $\sum x_i$. debe comprobarse que $\sum x_i$ concuerda con el valor ya obtenido, lo que permitirá detectar la mayor parte de los errores pequeños, como, por ejemplo, la omisión o mala lectura de un valor de x .

Realizando una transformación adecuada de los datos originales, se pueden simplificar mucho los cálculos y reducir las ocasiones de error. Por ejemplo, supongamos que los desembarcos mensuales de peces durante seis meses fueran 75, 67, 82, 73, 69 y 71 toneladas; en lugar de calcular 75^2 , etc., podemos tomar un origen arbitrario, pongamos 70, y computar la media y la variancia de 5, -3, 12, 3, -1 y 1 (2,83 y 28,17 respectivamente). Volviendo a la escala original, la media de la distribución será $2,83 + 70 = 72,83$ toneladas. La variancia es siempre igual aunque cambie la escala, así que también para los datos originales es 28,17, y la desviación típica $s = 5,31$.

Las capturas anteriores pueden ser expresadas en una escala diferente, 75.000...71.000 kilogramos. Expresadas en toneladas, con un origen en 70 toneladas, obtendremos como antes una media de 2,83, una variancia de 28,17 y una desviación típica de 5,31. Para pasar a kilogramos, deberemos añadir 70 y multiplicar por 1.000, con lo que la media mensual de desembarcos será 72.833 kilogramos.

Así pues, en vez de calcular con los valores correspondientes a x , que pueden ser grandes, podemos usar otra serie de valores y , obtenidos de los x mediante una

relación directa, $y = f(x)$. La más sencilla de estas transformaciones consiste en un cambio de origen, de modo que

$$y = x - a \text{ (como en el primer ejemplo, donde } a = 70\text{)}$$

Las medias y variancias, obtenidas por las ecuaciones (1.1) y (1.2), serán

$$\text{media } x = M_x = M_y + a$$

$$\text{variancia de } x = S_x^2 = S_y^2$$

Otra transformación sencilla consiste en un cambio de escala

$$y = bx \text{ (como en el segundo ejemplo, donde } b \text{ era igual a } 1.000\text{)}$$

Entonces

$$M_x = \frac{1}{b} M_y$$

$$S_x = \frac{1}{b} S_y$$

$$S_x^2 = \frac{1}{b^2} S_y^2$$

Las dos transformaciones pueden ser combinadas, $y = b(x - a)$

$$M_x = \frac{1}{b} M_y + a$$

$$S_x^2 = \frac{1}{b^2} S_y^2$$

Ejemplo 1.2.5

Los pesos de los peces desembarcados en la isla de Rameswaram, India del sur, durante los 12 meses entre julio de 1953 y junio de 1954, fueron 205, 218, 150, 136, 89, 55, 112, 28, 93, 105, 186 y 253 toneladas (datos de Krishnamurthi, 1957).

Calcúlense el desembarco medio mensual, la variancia y la desviación típica; compruébese que la extensión (253 - 28 = 225 toneladas) es de 3,2 veces la desviación típica.

Cuando los datos están agrupados en intervalos de clases, tal como una composición de longitudes en la que se diera la frecuencia para cada centímetro, el cálculo de la media y de la variancia requieren una disposición ligeramente diferente. El valor de cada clase, esto es, su punto medio, debe ser tenido en cuenta f veces, donde f es la frecuencia de individuos en cada clase. De esta manera, las ecuaciones 1.1 y 1.4 deben ser reescritas

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \left\{ \sum_{i=1}^k f_i x_i^2 - \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^k f_i x_i \right)^2 \right\} \quad (1.6)$$

donde k es el número de clases

$$n = \text{número de individuos} = \sum f_p$$

En estos cálculos suele ser también de gran utilidad realizar cambios en el origen de la escala de los datos antes de empezar las computaciones; lo mejor será referirnos a

un ejemplo, en el que se calculan la media y la variancia de la longitud de los *Rastrelliger* muestreados en el mercado de Bangkok en octubre de 1958. Como origen de trabajo se toma 17,5 cm, y como unidades de trabajo los medios centímetros.

Grupo de longitud (cm)	Frecuencia	Nueva escala		
x_i	f_i	y_i	$f_i y_i$	$f_i y_i^2$
15,5	8	-4	-32	128
16,0	7	-3	-21	63
16,5	4	-2	-8	16
17,0	2	-1	-2	2
17,5	8	0	$\sum f_i y_i = -63$	
18,0	11	+1	11	11
18,5	2	+2	4	8
19,0	3	+3	9	27
19,5	1	+4	$\sum f_i y_i = 28$	16
	$n = 46$			$\sum f_i y_i^2 = 271$

El origen ha sido escogido próximo a la media probable de la distribución, ya que una buena elección del origen reduce el trabajo de computaciones, sin que la diferencia de uno a tres grupos, ya sea en más o en menos, afecte mucho al trabajo. Los valores de $f_i y_i$

se obtienen multiplicando los valores de la segunda columna por los de la tercera, y los de $f_i y_i^2$ multiplicando de nuevo por y_i sin que haya necesidad de computar los valores de y_i^2

como tales. Para calcular la media, se suman separadamente los valores positivos y negativos de $f_i y_i$ entonces

$$\text{var} = \frac{1}{n-1} \left(\sum f_i y_i^2 - \frac{1}{n} (\sum f_i y_i)^2 \right) = \frac{1}{45} \left[271 - \frac{35 \times 35}{46} \right] = \frac{244,4}{45} = 5,4$$

Transformados los datos en la escala original, resultan ser, longitud media = 17,5 - 0,38 = 17,12 cm, variancia = 5,4/4 = 1,4 cm², desviación típica = 1,2 cm.

En el caso de que los intervalos de clase no sean unidades, de suerte que las escalas de x e y puedan ser diferentes, como en el caso anterior, se ha de tener mucho cuidado al convertir los resultados de la media y la variancia en la escala apropiada.

Todos los resultados obtenidos por medio de estas computaciones deben ser comprobados para la necesaria exactitud y precisión en su aplicación. La repetición de las mismas computaciones, además de resultar tediosa, puede ser ineficaz, ya que con frecuencia se vuelve a incurrir en los mismos errores. Una buena comprobación, cuando lo que se exige es la exactitud, consiste en computar no solamente los valores de $\sum x$ y $\sum x^2$, sino también los de $\sum (x + 1)$ y $\sum (x + 1)^2$.

Así, tomando los datos del Ejemplo 1.2.1, se computaría

$$\sum x = 2 \times 25 \times 7 \times 26 + \dots + 1 \times 102 = A$$

y

$$\Sigma x^2 = 2 \times (25)^2 + 7 \times (26)^2 + \dots + 1 \times (102)^2 = B$$

y también

$$\Sigma (x+1) = 2 \times 26 + 7 \times 27 + \dots + 1 \times 103 = C$$

$$\Sigma (x+1)^2 = 2 \times (26)^2 + 7 \times (27)^2 + \dots + 1 \times (103)^2 = D$$

En C cada pez es 1 unidad más largo que en A , y como hay 499 peces, si A (e incidentalmente C) se ha calculado correctamente, $A + 449 = C$. Asimismo, D deberá ser mayor que B , pero por una cantidad equivalente al doble de la suma de los longitudes más el número de observaciones, es decir,

$$D = B + 2 \times A + 449$$

Ejemplo 1.2.6

Calcúlense con los datos del Ejemplo 1.2.1 las cantidades A , B , C y D citadas, y compruébese que:

- (i) $C = A + 449$
- (ii) $D = B + 2A + 449$

y asimismo, con los datos del Ejemplo 1.2.2, que se refieren a un total de 1.011 peces, calcúlese

$$\Sigma x, \Sigma (x + 1) \text{ y } \Sigma x^2 \text{ y } \Sigma (x + 1)^2,$$

comprobando que:

$$(i) \Sigma (x + 1) = \Sigma x + 1.011$$

y

$$(ii) \Sigma (x + 1)^2 = \Sigma x^2 + 2\Sigma x + 1.011$$

Las reglas generales que se seguirán, siempre que no se hayan cometido errores en los cálculos, serán:

$$(i) \Sigma (x_i + 1) = \Sigma x_i + n$$

$$(ii) \Sigma (x_i + 1)^2 = \Sigma x_i^2 + 2\Sigma x_i + n$$

donde n es el número de observaciones.

Una prueba sencilla de la exactitud (aunque no de la precisión), que siempre debería hacerse, consiste en valorar el rango (el valor mayor menos el menor) y dividirlo por la desviación típica. Normalmente, esta relación suele quedar entre 3 y 6, siendo mayor cuando aparece algún valor extremo aislado, y cuando el número de datos de

la distribución es grande. Conviene no confundir la exactitud con la precisión. Por ejemplo, si la longitud media de un número de peces es 43,26 cm, una estimación de 43,18 es muy precisa y exacta, otra de 43 cm no es muy precisa pero es exacta; otra de 37,2 cm es precisa pero inexacta, y otra de 35 cm es imprecisa e inexacta. La precisión define la amplitud o estrechez del resultado; así una estimación de 37,2 se entiende que incluye todos los valores desde 37,15 hasta 37,25. La precisión, por tanto, está en relación con el número de cifras dadas en el resultado. La exactitud es el grado de acercamiento, o alejamiento, de la estimación con respecto al valor real.

PRECIO: \$ 0,50

PM33271,11.66/S/1/1600





SECCIÓN 2. Teoría del muestreo

[2.1 Introducción](#)

[2.2 Muestreo al azar](#)

[2.3 Muestreo estratificado](#)

[2.4 Submuestreo, o muestreo en dos etapas](#)

2.1 Introducción

[Ejemplo 2.1.1](#)

[Ejemplo 2.1.2](#)

Cada sistema de muestreo se usa para obtener estimaciones de ciertas propiedades de la población objeto de estudio, y será tanto más adecuado cuanto mejores sean las estimaciones que proporcione. Las estimaciones individuales pueden ser, por casualidad, muy aproximadas o diferir considerablemente del verdadero valor, dando una prueba deficiente de los méritos del sistema. Un mal sistema de muestreo puede dar a veces algunas estimaciones muy exactas, así como también un buen sistema dar alguna muy alejada del verdadero valor. La mejor manera de juzgar un sistema de muestreo consiste en observar la distribución de frecuencias de las estimaciones que se obtienen por muestreos repetidos. Un buen sistema proporciona estimaciones cuya distribución de frecuencias posee una pequeña variancia y su valor medio está muy próximo al valor verdadero. La diferencia entre la estimación media y el valor verdadero se denomina sesgo. (El término «sesgo» se usa también refiriéndose al proceso por el cual se producen las diferencias.) Las magnitudes del sesgo y la variancia de un sistema de muestreo son, en una gran extensión, independientes entre sí; un sistema puede dar estimaciones con una pequeña variancia, es decir, difiriendo poco entre ellas, pero con un gran sesgo, esto es, quedando todas las

estimaciones muy lejos del valor verdadero. (Un ictiómetro con las cifras de la escala casi ilegibles introducirá cierta variancia extra; y un medidor con la escala desplazada producirá un sesgo.)

Ejemplo 2.1.1

Dos observadores examinan el porcentaje en que aparece en capturas de peces una especie de *Leiognathus* en una mezcla con otras varias. El observador *A* trabaja rápidamente pero con poco cuidado, equivocándose en la identificación de algunos peces; el observador *B* trabaja mucho más lentamente pero con más cuidado. Según una serie de muestras, las estimaciones del porcentaje de presencia de *Leiognathus splendens* en las capturas fueron

A. 4 4 3 5 4
 3 5 4 6 4
 6 3 4 3 5
 4 5 4 4 6
 5 3 5 4 5

B. 9 7 11 4 8
 4 10 8 9 12
 8 3 6 10 15
 11 12 7 13 11
 10 5 8 9 12

Después de calculadas las medias y variancias de las anteriores distribuciones, resulta que: (a) las estimaciones obtenidas por *A* son más precisas (tienen una variancia menor) que las de *B* (0,89: 9,03); (b) sabiendo, por otras estimaciones, que el verdadero porcentaje es 9,1, resulta que *A* tiene un fuerte sesgo negativo; (c) si se admite que *A* omite la mitad de los peces, se puede obtener una estimación relativamente no sesgada y precisa duplicando las estimaciones obtenidas por *A* (media 8,64, sesgo [o sea, diferencia entre la media estimada y la real] - 0,46, variancia 3,6).

Se puede producir un sesgo como consecuencia de un método deficiente de análisis, pero con más frecuencia por una elección defectuosa de las muestras, o por el mismo método que se emplea para realizar las mediciones o al contar las muestras; por ejemplo, si los peces se clasifican por tamaños al ser desembarcados, y se toma una muestra de una partida de los grandes, se producirá una sobreestimación de la talla - un sesgo positivo en la talla media - o si se hacen caladas con una red clara para plancton, al escapar las diatomeas pequeñas, quedarán éstas subestimadas, mientras que las grandes resultarán sobreestimadas (sesgos negativo y positivo respectivamente en la proporción de

diatomeas pequeñas y grandes). Es difícil librarse de los sesgos, especialmente si se toman muestras en ambientes marinos naturales, bien de diatomeas con una red de plancton, o peces con un arte de arrastre.

Por más que se aumente el tamaño de la muestra, o se combinen varias de ellas, el sesgo permanece inalterado, pero la variancia se reducirá de una manera inversamente proporcional al tamaño de la muestra, o al número de muestras combinadas. Esta doble manera de reducir la variancia está, a su vez, muy en relación con el problema del ahorro de trabajo y del costo de un programa de muestreo. Al menos en teoría, se puede obtener un grado de precisión¹ determinado, tomando una muestra suficientemente grande. El objetivo de un buen muestreo es no sólo obtener un nivel de precisión (variancia pequeña), sino también hacerlo con el menor costo. El sesgo, por el contrario, no puede ser reducido aumentando el muestreo, y a menudo no se logra descubrir su presencia por un análisis de los datos (en el Ejemplo 2.1.1 no hay ningún indicio para que, por medio de los propios datos, podamos descubrir si las muestras *A* o *B* están sesgadas). Normalmente, el sesgo sólo podrá descubrirse y eliminarse nada más que a través de un examen cuidadoso del sistema de muestreo, desde el comienzo al fin. En la mayor parte de las situaciones, debe ponerse un gran cuidado para comprobar que han sido eliminadas todas las fuentes probables de sesgos. Sin embargo, hay casos en los que resulta muy fácil medir el sesgo y, por lo tanto, eliminarlo de los análisis posteriores (por ejemplo, las redes de enmalle son altamente selectivas del tamaño de los peces que capturan, y darán muestras sesgadas en la estimación de la talla media. Sin embargo, esta selectividad puede ser medida, y corregida, en los análisis posteriores). No obstante, en este caso, como en todos los demás, es preciso examinar todas las posibilidades de sesgos antes de proceder al muestreo y, si se reconoce la existencia de un sesgo, éste debe medirse cuidadosamente, independientemente del proceso del muestreo.

¹ Conviene aquí seguir manteniendo la distinción entre precisión y exactitud, que se corresponde estrechamente con la distinción entre variancia y sesgo (o, más bien, sus recíprocos). Una cantidad precisa tendrá poca variancia y será dada con muchas cifras, pero puede estar alejada del valor verdadero. Siendo la talla real de un pez 17,638 cm, serán mediciones precisas de su longitud 17,64 cm, ó 18,32 cm, pero esta última será aproximadamente inexacta. Más exactas, pero menos precisas, serán las tallas de 17,6 ó 18 cm.

Ejemplo 2.1.2

En el Ejemplo 2.1.1 puede considerarse que las muestras mayores están compuestas por otras cinco de las originales. Tomando la media de estas muestras menores, como una estimación de las grandes, aparece:

- a) que las variancias de las dos series han sido reducidas (la de *A* de

0,89 a 0,52, y la de B de 9,03 a 1,29);

b) que el valor del sesgo de las muestras de A no se modifica (la media queda inalterada).

Las condiciones anteriores (eliminación del sesgo, o al menos conocerlo y medirlo, y la reducción de la variancia a un mínimo, dada una cantidad de muestreo) determinarán el método de muestreo, pero la cantidad de muestras a tomar dependerá del grado de precisión que se requiera. Corrientemente, no es posible determinar la precisión deseada, pero si se pueden dar dos límites. En el límite más bajo la variancia será tan grande que la información que proporcionará la muestra no tendrá valor práctico, con lo que la muestra deberá hacerse mayor o abandonarse el método de muestreo. Las estimaciones obtenidas por medio de un plan de muestreo frecuentemente se completan con otros datos, que pueden proceder de otros planes de muestreo, y la mayoría de ellos con una variancia diferente. La variancia final dependerá de la variancia de todas las informaciones aportadas, pero sobre todo de las menos exactas, de la misma manera que la fortaleza de una cadena depende de los eslabones más delgados. Por ejemplo, la captura total de una flota puede estimarse multiplicando la captura media por el total de desembarques. Si la precisión con que se conoce el número de desembarques es del orden de ± 10 por ciento, aunque se conozca muy bien la captura media, la cantidad total desembarcada sólo será conocida, en el mejor de los casos, con una precisión de ± 10 por ciento. Una vez que en un plan único de muestreo se ha conseguido un cierto grado de precisión, las nuevas mejoras que se introduzcan no aumentarán la precisión de los resultados, por lo que será mejor dedicar el esfuerzo (tiempo, mano de obra, etc.) a incrementar la precisión de otros datos.

2.2 Muestreo al azar

2.2.1 Números al azar

El concepto básico de todo muestreo es el de la muestra al azar. Una muestra de objetos de una población se llama al azar cuando todos los miembros de la población tienen igual oportunidad de aparecer en la muestra. Es muy importante insistir en que esto es igualmente válido para todos los miembros de la población, tanto para los raros como para los típicos. Por ejemplo, el plegonero (*Merlangus merlangus*) desembarcado por un solo barco en Lowestoft suele tener (aquí supondremos que siempre) una composición de longitudes suavemente unimodal, con la moda normalmente entre 28 y 30 cm, pero alguna vez, por ejemplo, una entre 30, llega a ser hasta de 35 cm. Por lo tanto, si tomamos una muestra al azar

de plegonero de cada barco, una vez de cada 30, por término medio, tendrá una moda de 35 cm o más, aunque normalmente estará entre 28 y 30 cm. Si entonces un biólogo pesquero, apoyándose en una sola muestra, obtiene una moda de 35 cm, esta desviación de la media de 29 cm no significará necesariamente una muestra que no sea al azar, puesto que se puede dar este caso una vez de cada 30; pero se puede comprobar tomando más muestras, por ejemplo tres muestras, que sólo tendrán juntas una moda superior a 35 cm una vez entre 27.000.

2.2.1 Números al azar

[Ejemplo 2.2.1.1](#)

[Ejemplo 2.2.1.2](#)

Un procedimiento muy útil y de amplia aplicación para tomar muestras al azar consiste en utilizar números al azar, tal como se describe en la mayor parte de los libros de estadística. A cada individuo de la población de la cual se quiere extraer una muestra se le atribuye un número, y los que se tomen como muestra estarán determinados por la tabla de números al azar. Por ejemplo, si se quieren elegir 5 individuos entre 100, como una muestra, y los 5 primeros números de la tabla son 3, 47, 43, 73 y 86, se tomarán los individuos correspondientes a estos números. Cuando la cantidad de individuos no sea exactamente 100 (o 1.000, etc.) saldrán números que no correspondan a ningún individuo, y no se tendrán en cuenta. Esta pérdida de tiempo puede ser reducida atribuyendo a cada individuo dos o más números, con tal de que todos tengan igual cantidad de números. Supongamos, por ejemplo, que se quieren tomar 5 unidades de una población de 24; en este caso, a cada individuo se le adscriben cuatro números; así la primera unidad tendrá, por ejemplo, los números 01 al 04, etc., la 24 tendrá 93-96, con lo que quedarán sólo cuatro números, 97-100, sin utilizar. Los individuos sometidos al muestreo, que corresponden a la serie previa de 5 números al azar, serían entonces los números 1, 12, 11, 16 y 22 (si uno de los números al azar es 97 o más, se descarta y se toma otro). En lugar de escoger todas las unidades en la muestra individualmente de la tabla de números al azar, las unidades se pueden tomar a intervalos regulares, por ejemplo, cada 5 ó 100 individuos, y solamente el primero elegido utilizando los números al azar. En el primer ejemplo, la muestra era de 1/20 de la población, de modo que el intervalo de la muestra será 20 y como el primer número elegido al azar era el 3, los siguientes serían 23, 43, 63 y 83. Este sistema es peligroso si en la población hay una periodicidad natural equivalente al intervalo elegido; por ejemplo, en el caso de someter a muestreo los desembarcos totales en un puerto, no se debe anotar la captura cada 7 ó 14 días, puesto que pudiera haber grandes variaciones sistemáticas asociadas a los distintos días de la semana.

Ejemplo 2.2.1.1

En un determinado lugar se efectúan los desembarcos de pesca durante todo el año. Se desea determinar la cantidad total anual desembarcada, mediante el muestreo de la captura en 30 días del año. Determinéense los días en que se debe efectuar el muestreo por medio de números al azar:

- a) directamente por medio de una serie de números al azar del 000 al 999, y numerando los días del año de 1 a 365;
- b) dando a cada día 2 números, desde el 1 y 2 al 729 y 730;
- c) dando a cada día 27 números, de 1-27 a 9.829-9.855, y usando números al azar de 0000 a 9999;
- d) haciendo un muestreo cada 12 días a partir de un día elegido al azar entre los 1-12 días primeros (algunas muestras podrán tener 31 días).

Si no se usan números al azar, o cualquier otro proceso similar, entonces lo más probable es que no todos los individuos de la población tengan igual oportunidad de salir en la muestra. Caso de haber alguna correlación entre la cantidad que se va a medir y la probabilidad de que aparezca en la muestra, el resultado podría estar sesgado, quizás demasiado. Por ejemplo, al hacer el muestreo de la captura procedente de un barco en una lonja abarrotada de peces, muchas veces se hace necesario trabajar con las cajas que se desembarcan primero. Dado que en éstas vendrán los peces últimamente capturados, si es que se pretende conocer la fresca media obtendremos una estimación muy sesgada; en cambio, lo más probable es que sus tamaños sean similares a los de los peces capturados anteriormente, de modo que la muestra dará estimaciones sin sesgo de la talla media. Nunca debe darse rápidamente por supuesto que no existen sesgos, y la posibilidad de su existencia debe investigarse cuidadosamente. En el ejemplo anterior existiría cierto sesgo si los barcos acostumbran hacer una última calada cerca ya del puerto, donde el tamaño medio de los peces se desvía del tamaño medio general. Estas y otras fuentes de posibles sesgos solamente pueden encontrarse y eliminarse si se tiene un completo conocimiento de la pesquería - cómo se capturan los peces, cómo se manipulan a bordo y qué distribución sufren en el mercado.

La precisión de las estimaciones que se obtienen por verdaderos muestreos al azar puede ser determinada rápidamente. Si se está efectuando el muestreo de una población para conocer alguna de sus características (como el número de vértebras), cuya media en la población es M y la variancia S^2 , y se toma al azar una muestra de n individuos, cuyos valores son x_1, \dots, x_n , la estimación de la media

de la población será

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum x_i \dots\dots\dots(2.1)$$

y la media de $\bar{x} = M$ (si las $\frac{1}{n} S^2$ muestreos no están sesgadas) y la variancia de \bar{x} (o más brevemente $\text{var } \bar{x}$) = $\frac{1}{n} S^2$, si es que N , el número total en la población, es grande comparado con n .

En caso $\text{var } \bar{x} = \frac{1}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right) S^2$ la de la variancia se hace

Ejemplo 2.2.1.2

a) Suponiendo que la media y la variancia de los datos en el Ejemplo 1.2.1 están próximos a los valores de la población, calcúlese la variancia en la estimación de la longitud media a partir de las muestras de 5, 20, y 100 peces;

b) mediante el empleo de números al azar, o por cualquier otro método, tómense 20 muestras al azar de 5 peces de los 449 del Ejemplo 1.2.1. Calcúlese la longitud media de cada una de estas muestras; calcúlese la variancia de estos 20 valores, y compárese con la variancia esperada tal como se calculó en (a). (Nótese cómo la variancia calculada a partir de una serie de números no mayor de 20 está sujeta a cierta variabilidad);

c) si se necesita estimar la longitud media del bacalao del Mar del Norte con una precisión de ± 5 cm, determínese el tamaño de la muestra al azar que es preciso tomar (para esto se requiere que el doble de la desviación típica de la longitud media estimada sea igual a 5).

2.3 Muestreo estratificado

[Ejemplo 2.3.1](#)

[Ejemplo 2.3.2](#)

[Ejemplo 2.3.3](#)

Quando se efectúa el muestreo de una población heterogénea, se puede incrementar la precisión, a veces de manera muy señalada, y reducir el riesgo de sesgos, dividiéndola en una serie de secciones, cada una de las cuales es

relativamente homogénea, y haciendo el muestreo de cada sección (o estrato) por separado. Así, se hace una muestra de cada estrato independientemente, obteniéndose estimaciones para cada uno de ellos. Luego estas estimaciones pueden combinarse para dar la estimación del conjunto de la población. La variancia de esta estimación se obtendrá también combinando las variancias de las estimaciones hechas en cada estrato. Como las variancias de cada estrato tenderán a ser pequeñas, dado que los estratos son relativamente homogéneos, posiblemente mucho menores que la variancia en la población en conjunto, la variancia final de la estimación combinada será también pequeña.

En términos matemáticos, sea una población de N individuos, N_i en el estrato i^o , de modo que $N = \sum N_i$ y una muestra n_i del estrato i^o , en la que los valores de la cantidad que hay que estimar (longitud del pez, peso capturado, etc.) es igual a y_{ij} $= 1 \dots n_i$; la estimación del valor medio \bar{y}_i en el estrato será

$$\bar{y}_i = \frac{1}{n_i} \sum_j y_{ij} \dots \dots \dots (2.2)$$

obteniéndose una estimación sin sesgo de la media de la población total como la media ponderada de las medias de los estratos, siendo el factor ponderador el número $\bar{y} = \frac{1}{N} \sum_i N_i \cdot \bar{y}_i$ estrato, es decir:

Si la variancia en el estrato i^o es S_i^2

$$\text{var}(\bar{y}_i) = \frac{1}{n_i} S_i^2$$

y

$$\text{var}(\bar{y}) = \frac{1}{N^2} \sum \frac{N_i^2}{n_i} S_i^2 \dots \dots \dots (2.3)$$

suponiendo que n_i sea pequeño comparado con N_i . En otro caso, la variancia

será

$$\begin{aligned} \text{var}(\bar{y}_i) &= \frac{1}{n_i} \left(1 - \frac{n_i}{N_i} \right) S_i^2 \\ \text{var}(\bar{y}) &= \frac{1}{N^2} \sum N_i^2 \frac{1}{n_i} \left(1 - \frac{n_i}{N_i} \right) S_i^2 \\ &= \frac{1}{N^2} \sum N_i (N_i - n_i) \frac{1}{n_i} S_i^2 \end{aligned}$$

Esta variancia puede compararse con la de la estimación obtenida por un muestreo al azar en el conjunto de la población, que será

$$\text{var}(\bar{y}) = \frac{1}{n} \left(1 - \frac{n}{N} \right) S^2$$

si n no es pequeño comparado con N , y donde S^2 es la variancia en el conjunto de

la población.

Ejemplo 2.3.1

La captura de eglefino de un barco de arrastre se desembarca en Aberdeen dividida en cuatro categorías de tamaños, que serán los cuatro estratos (datos tomados de Pope, 1956). Se hicieron muestras de cada categoría, y los resultados se pueden resumir del modo siguiente:

Categoría	N_i	n_i	$\sum y_{ij}$	$\sum y_{ij}^2$
Pequeño	2 432	152	5 284	185 532
Pequeño-mediano	1 656	92	3 817	158 953
Mediano	2 268	63	3 033	146 357
Grande	665	35	2 027	118 169
TOTAL	7 021	342	14 161	609 011

donde y = longitud del pez en cm.

Partier $S_i^2 = \frac{1}{n_i - 1} \left[\sum y_{ij}^2 - \frac{1}{n_i} \left(\sum y_{ij} \right)^2 \right]$ estimaciones de S_i^2 por medio de

y se tiene:

$$\bar{y}_i = \frac{\sum y_{ij}}{n_i} = \frac{N_i \bar{y}_i}{N_i}$$

Categoría	$\sum y_{ij}$	$\sum y_{ij}^2$	S_i^2	S_i^2/n_i	$N_i^2 S_i^2/n_i$
Pequeño	34 763	84 544	12,21	0,0803	474 900
Pequeño-mediano	41 489	68 706	6,47	0,0703	192 800
Mediano	48 143	109 188	5,48	0,0870	447 500
Grande	57 914	38 513	22,85	0,6529	288 700
		300 951			1 403 900

y de aquí

$$\text{var}(\bar{y}) = \frac{300951 - \frac{1403900}{7021}}{(7021)^2} = 0,0285$$

y desviación típica

$$(\bar{y}) = 0,17$$

Los límites de seguridad del 95 por ciento para la longitud media verdadera de los peces capturados son, por tanto, $42,9 \pm 2 \times 0,17$, es decir, 42,6 - 43,2 cm.

Los datos pueden usarse también para dar una medida aproximada de la variancia de la estimación obtenida de una muestra al azar de 342 del conjunto de la captura. En este caso tomaremos como una estimación de s^2 la variancia del

$$\text{conjunto } s^2 = \sum y_{ij}^2 - \frac{1}{n} (\sum y_{ij})^2 = 609011 - \frac{1}{342} \times 14161^2$$

por tanto, $s^2 = 66,4$ (compárese con la mayor variancia obtenida dentro de un estrato, que fue 2285)

$$\text{y } \text{var}(\bar{y}') = \frac{66,4}{432} = 0,197$$

$$\text{desviación típica } (\bar{y}') = 0,44$$

Aunque esta estimación de s^2 no sea del todo correcta, puesto que la muestra estaba lejos de ser una verdadera muestra al azar, ya que los peces medianos no estaban completamente representados, no obstante, ha servido para poner de manifiesto la gran reducción de la variancia al usar un muestreo estratificado, que es del orden de 1/7, lo que equivaldría a haber aumentado siete veces la muestra.

Se pueden incrementar las ventajas de un muestreo estratificado si se efectúa un muestreo de cada estrato en la forma más conveniente. Los estratos conteniendo muchos individuos, o que sean muy variables, requerirán mayor muestreo que los poco numerosos o más homogéneos. La variancia será mínima para un cierto tamaño total de muestra, n , si

$$N_i \times S_i \propto n_i$$

o

$$S_i \propto n_i/N_i$$

es decir, si la proporción bajo muestra es proporcional a la variancia del estrato. Si n_i no es pequeña comparada con N_i , esta fórmula no es enteramente exacta, pero sirve para tener una buena idea sobre la mejor distribución de las muestras.

Ejemplo 2.3.2

Determinése en el Ejemplo 2.3.1 la mejor distribución en cada estrato del número total de peces sometidos a muestreo (342) y, usando los valores de S^2 , calcúlese la variancia de la longitud media estimada por esta distribución de las muestras.

Ejemplo 2.3.3

A lo largo de una costa, los peces se desembarcan en 100 lugares, que pueden clasificarse, *grosso modo*, en tres categorías, de acuerdo con el peso de los peces. En el transcurso de una semana, los pesos de los desembarcos fueron:

Lugares de grandes desembarcos:	45 59 87 41 71 25 9 69 10 7
Medianos:	17 13 19 26 1 8 27 11 12 26
	5 8 10 16 16 4 16 16 13 29
	14 25 29 27 20 25 2 7 3 12
Pequeños:	2 6 7 0 1 2 1 5 4 7
	8 9 3 2 5 4 2 0 2 8
	5 3 8 9 8 9 1 6 5 3
	3 4 7 5 5 3 2 4 6 1
	6 2 5 1 0 3 8 0 4 3
	3 5 5 0 7 0 9 7 9 0

Determinése, mediante el cálculo de la variancia en cada categoría y en el conjunto de la población, cuál es el mejor método de estimación de la captura semanal total en toda la costa, si es que sólo se puede registrar la captura en 20 lugares (uno de cada cinco, visitando los lugares de desembarco), cuál es la variancia de esta estimación, y compararla (a) con la obtenida de una sola muestra al azar del conjunto de la población, y (b) usando un muestreo estratificado, tomando una muestra que sea de 1/5 de cada categoría.

2.4 Submuestreo, o muestreo en dos etapas

[Ejemplo 2.4.1](#)

[Ejemplo 2.4.2](#)

[Ejemplo 2.4.3](#)

[Ejemplo 2.4.4](#)

Cuando las poblaciones son muy extensas, o complejas, la simple toma de muestras al azar se transforma en un gran problema, que suele requerir mucho tiempo. El tiempo necesario para obtener una muestra de dimensiones determinadas puede ser muy abreviado mediante el empleo de un muestreo en dos etapas. En primer lugar, el conjunto de la población puede ser dividido en una

serie de unidades primarias, o subpoblaciones, varias de las cuales se toman como muestra. Se toma una muestra secundaria, o submuestra, de cada una de estas subpoblaciones, que a su vez son muestras de la población total. Por ejemplo, para estimar la captura total a lo largo de una línea costera, se puede tomar como unidad básica cada desembarco. La medición de una serie de desembarcos tomados al azar a lo largo de la costa requeriría efectuar muchos viajes, imposibles de realizar; la solución consiste en seleccionar (por ejemplo, mediante números al azar) ciertos lugares de desembarco en determinados días, y en estos lugares seleccionar una serie de desembarcos.

Por supuesto, el submuestreo se puede realizar en más de dos etapas. En el ejemplo anterior, podría interesar algún dato, como el estado de madurez, para lo cual se tomaría una caja de pescado (o una parte de la misma), con lo que el muestreo se habría realizado en tres (o cuatro) etapas.

La desventaja de un submuestreo consiste, desde luego, en que los individuos de una misma unidad primaria son probablemente más parecidos entre sí que los del conjunto de la población. De esta manera, después de examinar un individuo de una unidad, tal como el peso de la captura de un barco en un lugar determinado, si se siguen examinando individuos de esa unidad, se obtendrá menos información del conjunto de la población (por ejemplo, la captura media por barco de todos los lugares de desembarco) que si se examinan individuos de otras unidades primarias. El problema consiste en deducir el número más conveniente de muestras que se debe tomar en un tiempo dado al emplear un muestreo en dos etapas. En términos generales, si los individuos dentro de una unidad primaria son muy variables, lo mejor será tomar muchas muestras dentro de cada unidad en, comparativamente, pocas unidades primarias. Por el contrario, si la variación de los individuos es pequeña dentro de cada unidad, pero hay diferencias considerables entre las unidades, entonces deberán someterse a muestreo muchas unidades primarias, con un pequeño número de individuos por muestra en cada una de ellas.

El método puede ser ilustrado en términos matemáticos: supóngase, para mayor sencillez, que la población puede dividirse en K unidades primarias, cada una de N individuos, y que están sometidas a muestreo k unidades primarias, tomándose una submuestra de n individuos en cada una.

Si M es la media de la población, y M_i la media de la i^{a} unidad primaria, entonces

la estimación de la media de una unidad primaria bajo muestreo será:

$$m_i = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n x_{ij}$$

donde x_{ij} es el valor del j^{o} individuo en la unidad i^{a} y la estimación de la media de

la población

$$m = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k m_i \dots\dots\dots(2.4)$$

La variancia de m_i en torno a M_i será $1/n \times S_w^2$, en donde S_w^2 es la variancia de los individuos de la i^a unidad primaria en torno a la media de la unidad. La variancia de la media estimada para la población constará de dos partes: la variancia de las medias estimadas para las unidades en torno a las medias verdaderas de las unidades, y la variancia de estas últimas en torno a la media de la población: esto es

$$\text{var}(m) = \frac{1}{k} S_B^2 + \frac{1}{k} \cdot \frac{1}{n} \cdot S_w^2 \dots\dots\dots(2.5)$$

donde S_B^2 es la variancia de las medias de las unidades en torno a la media de la población. La variancia de m será

$$s_m^2 = \text{estimación de } S_m^2 = \frac{1}{k} \frac{1}{(k-1)} \sum (m_i - m)^2$$

$$s_m^2 = \frac{1}{k(k-1)} \left[\sum m_i^2 - \frac{1}{k} \left(\sum m_i \right)^2 \right] \dots\dots\dots(2.6)$$

Ejemplo 2.4.1

(tomado de Pope, 1956)

Como muestra al azar del desembarco total de arenque en una semana, se toma una serie de desembarcos individuales, y de cada desembarco seleccionado una muestra de 50 arenques, y se miden. Se obtienen los siguientes datos:

$\sum_j x_{ij}$ rco	1	2	3	4	5
Suma $\sum_j x_{ij}^2$	1 244,3	1 324,2	1 335,4	1 299,7	1 270,5
Suma de cuadrados \sum_j	31 020,97	35 127,08	35 730,30	33 900,99	32 558,55

Estímese la longitud media del arenque en los desembarcos de la semana, y su error típico. Primero se obtendrá la media para cada barco, que son 24,9, 26,5, 26,7, 26,0 y 25,4. Por tanto, las estimaciones que se piden se obtendrán por

$$s_m^2 = \frac{1}{5 \times 4} \left[(24,9)^2 \dots + (25,4)^2 - \frac{(25,9 + \dots + 25,4)^2}{5} \right] = 0,113$$

$$s_m = 0,34$$

Las variancias entre y dentro de las unidades primarias pueden también estimarse separadamente. Dentro de cada unidad primaria, se tendrá una estimación de S_w^2

$$s_w^2 = \frac{1}{n} \sum (x_{ij} - m_i)^2$$

por

$$(S_w^2)_i = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (m_i - x_{ij})^2$$

$$= \frac{1}{n-1} \left(\sum x_{ij}^2 - \frac{1}{n} (\sum x_{ij})^2 \right)$$

Estas estimaciones por separado en las unidades primarias pueden combinarse por me

$$S_w^2 = \frac{1}{k} \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^n (m_i - x_{ij})^2 \dots\dots\dots(2.7)$$

Según las ecuaciones (2.5) y (2.6) la variancia entre las unidades puede deducirse de la e

$$(k-1) \left(S_B^2 + \frac{1}{n} S_w^2 \right) = \sum_{i=1}^k (m_i - \bar{x}_{..})^2 \dots\dots\dots(2.8)$$

Siendo dados los valores de S_w^2 por la ecuación (2.7)

Ejemplo 2.4.2

Calcúlese la variancia de la longitud del arenque dentro y entre los barcos, de acuerdo con los datos del Ejemplo 2.4.1. Como estimación de la variancia dentro de los barcos, se tiene que

$$5 \times 49 \times S_w^2 = (31020,97 - 1/50 \times 1244,3^2) + \dots + \dots$$

por tanto

$$245 S_w^2 = 378,62$$

$$S_w^2 = 1,545$$

También

$$S_B^2 + \frac{1}{50} S_w^2 = (24,9^2 + \dots)^2$$

$$S_B^2 = 0,56 - 0,03 = 0,53$$

En los cálculos de los ejemplos 2.4.1 y 2.4.2 se ha podido ver que la mayor parte de S_m^2 , la variancia de la longitud media estimada de todos los peces

desembarcados, se debe a S_B^2 la variancia entre los barcos. De la ecuación (2.5)

se deduce que el efecto de esta variancia puede reducirse aumentando k , o sea,

el número de unidades primarias bajo muestreo, pero no incrementando n , el número de individuos sometidos a muestreo en cada unidad primaria. Así pues, el tiempo empleado en el muestreo de los desembarcos de arenque podría aprovecharse más eficazmente reduciendo el número de individuos en las muestras y aumentando el número de barcos bajo muestra, por ejemplo, 6 muestras de 30 peces, con un total de 180 peces, en vez de 5 muestras de 50 peces, con un total de 250 peces. La mejor forma de utilizar el tiempo dependerá del que se emplee en cada etapa de muestreo y de la variancia contenida en ellas. El tiempo total empleado se puede dividir aproximadamente en tres partes:

a) el tiempo inicial; el tiempo que se emplea en la preparación, incluyendo el traslado desde el centro de trabajo al área de muestreo. Este tiempo es más o menos constante, independientemente del volumen del muestreo;

b) el tiempo entre las unidades primarias; en el ejemplo anterior, el tiempo empleado en ir de un barco a otro, que será proporcional al número de unidades primarias;

c) el tiempo dentro de las unidades primarias; que es el tiempo que se emplea en examinar los individuos en cada unidad primaria. El tiempo total podrá ser, por tanto, igual a

$$t = t_0 + k t_b + n k t_w \dots\dots\dots (2.9)$$

t_0 = tiempo inicial

t_b = tiempo para ir de una unidad primaria

a otra

t_w = tiempo empleado en examinar un

individuo.

La mejor forma de distribuir el tiempo de muestreo (es decir, la que da una variancia mínima) de acuerdo con un número determinado de individuos bajo muestreo en una unidad primaria, viene dada por

$$n = \frac{S_w}{S_b} \sqrt{\frac{t_b}{t_w}} \dots\dots\dots (2.10)$$

Ejemplo 2.4.3

Utilizando los datos de los ejemplos anteriores, y suponiendo que en un minuto se pueden medir 20 peces, y que el tiempo empleado para ir de un barco a otro es de

5 minutos, demuéstrese que la variancia mínima en la longitud media estimada y para una cantidad dada de muestreo es de 17 peces aproximadamente, resultado obtenido con muestras secundarias.

Hasta ahora, se había supuesto que todas las unidades primarias eran del mismo tamaño, pero esto no es lo corriente. Cuando sean desiguales, se hará preciso aplicar un factor de corrección para cada unidad. La ecuación (2.4) puede

reescribirse

$$m = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^k N_i m_i \quad \dots\dots\dots(2.11)$$

donde N_i = número de individuos en la i^{a} unidad primaria

$N = \sum N_i$ = número total de unidades primarias de muestreo

o como

$$m = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^k \left[N_i \frac{1}{n_i} \sum_{j=1}^{n_i} x_{ij} \right] \quad \dots\dots\dots(2.12)$$

donde n_i es el número de individuos bajo muestra en la i^{a} unidad primaria, que no tiene por qué ser igual en todas ellas. Si se toma n_i en cada unidad de tal manera que en todas ellas la razón de muestreo n_i/N_i sea la misma para todas las

unidades, entonces (2.12) se reduce a

$$m = \frac{1}{N} \sum_i \frac{1}{p} \sum_j x_{ij}$$

es decir

$$m = \frac{1}{n} \sum_i \sum_j x_{ij} \quad \dots\dots\dots(2.13)$$

donde n es el número total de individuos de la muestra, siendo ésta, desde luego, la forma más sencilla de computación. La fórmula de la variancia (ecuación

2.5) puede escribirse así

$$\text{var } m = \frac{1}{N^2} \sum_{i=1}^k N_i^2 \text{var } m_i$$

donde

$$\text{var } m_i = \frac{1}{n_i} S_w^2 + S_b^2$$

La fórmula (ecuación 2.10) sobre el mejor número de individuos por muestra en cada unidad no hay que aplicarla de manera estricta. Podría modificarse para que determinara con precisión la mejor muestra en cada unidad primaria. Sin embargo, esta fórmula sería más bien prolija, y necesitaría una información adicional sobre la variancia en cada unidad primaria (que puede no ser igual en todas las unidades). Tanto esfuerzo puede muy bien no merecer la pena, y ser más razonable utilizar la ecuación (2.10), modificada empíricamente, incrementando la muestra en las unidades más grandes o más variables.

Cuando el objetivo del muestreo sea medir alguna cantidad total, como el peso total desembarcado de cierta especie de peces, y no un valor medio, como la longitud media de los peces, el análisis de los resultados, como figura en las ecuaciones (1.13) deberá modificarse. El total en la i^{a} unidad bajo

$$X_i = \frac{N_i}{n_i} \sum_{j=1}^{n_i} x_{ij}$$

donde N_i/n_i es el factor elevador o de ponderación para la i^{a} unidad primaria, y es

igual al recíproco de la proporción tomada como muestra. El total en el conjunto de la población X es dado por

$$X = \sum_{i=1}^K \frac{N}{N_i} \cdot X_i$$

donde N = número total de individuos en la población. Si N no es conocido, como bien puede suceder, entonces en vez de N/N_i debe emplearse como factor

aproximado elevador K/k , donde K es el número total de unidades primarias y k es el número total de unidades bajo muestreo (si el número de individuos de cada unidad primaria fuera el mismo, los dos factores coincidirían). Es absolutamente indispensable utilizar dos factores elevadores, uno para relacionar la muestra con el conjunto de la unidad primaria, y otro para relacionar las unidades primarias sometidas a muestreo con el conjunto de la población. El empleo de factores ponderadores equivocados puede ocasionar sesgos importantes, si es que hay grandes diferencias en la composición entre las unidades primarias, en especial si están correlacionadas con el número de individuos en la unidad primaria.

Supóngase, por ejemplo, que se desea estimar la cantidad total desembarcada en un cierto lugar de una determinada especie de peces que viven predominantemente en fondos costeros. Como unidad primaria se puede tomar la captura de cada barco, utilizando como muestra una caja de pescado de cada barco seleccionado. Es muy probable que los barcos grandes pesquen en fondos más alejados de la costa, que consigan capturas mayores, y que haya en ellas una pequeña proporción de peces costeros. Si a las muestras de estos barcos grandes se les diera el mismo factor ponderador que a las de los más pequeños que actúan junto a la costa, la proporción de especies costeras podría muy bien ser sobreestimada.

Ejemplo 2.4.4

Treinta barcos desembarcaron peces en un lugar determinado. Se tomaron como muestra 10 barcos, de cada uno de los cuales se sometió a muestreo una caja, determinándose el peso de dos de las especies, con los siguientes resultados:

Número del barco	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Número de cajas desembarcadas	28	10	16	20	18	12	10	5	15	25
Peso de la especie A en 1 caja (kg)	10	1	2	2	7	8	3	2	9	12
Peso de la especie B en 1 caja (kg)	1	10	2	2	2	7	3	9	8	2

Calcúlese el peso total de los desembarcos de cada especie, (a) utilizando la información anterior, (b) utilizando la información adicional de que el total de desembarcos de todos los barcos fue de 450 cajas. Compárese la proporción de las dos especies en el total de desembarcos, con la proporción en las 10 cajas bajo muestreo (una caja equivale a 50 kg).





SECCIÓN 3. Muestreo de las capturas

[3.1 Métodos de muestreo para las estadísticas de captura y esfuerzo](#)

[3.2 Muestreo de la composición de longitudes](#)

[3.3 Muestreo indirecto](#)

3.1 Métodos de muestreo para las estadísticas de captura y esfuerzo

[3.1.1 Estadísticas necesarias](#)

[3.1.2 Definición de la población y elección de la unidad de muestreo](#)

[3.1.3 Estimación de la captura total](#)

[3.1.4 Estimaciones de la cantidad devuelta al mar](#)

[3.1.5 Estadística de esfuerzos](#)

3.1.1 Estadísticas necesarias

El primer paso en el estudio de una pesquería es saber lo que en ella se captura. Muy a menudo se carece de estadísticas de capturas, o se presentan en forma insuficiente, por ejemplo, sin dividir la captura total en especies o en clases de peces. Aún es más frecuente que falten datos sobre el esfuerzo de pesca, incluso en la forma más simple, tal como el número de barcos o de pescadores. Los datos sobre capturas y esfuerzos de pesca, y su relación, la captura por unidad de esfuerzo, que es el índice más simple de la abundancia de la población, constituyen la base para el estudio de las pesquerías. En cuanto dos de estas cantidades se determinan, la tercera se deduce por cálculo, que no

ha de ser precisamente la captura por unidad de esfuerzo, ya que con datos sobre esta última y de las capturas se puede deducir el esfuerzo, o también la captura total de las otras dos. Por esta razón no es posible discutir separadamente los problemas del muestreo de las capturas y del esfuerzo.

Medidas del esfuerzo de pesca

Es preciso establecer claramente distinciones entre los varios usos que pueden hacerse con los datos del esfuerzo, y de las unidades necesarias para cada uno de ellos. Para un economista, el esfuerzo será una medida de los medios económicos, y la captura por unidad de esfuerzo una medida del éxito o eficiencia de la pesquería. Un biólogo considerará que el esfuerzo es una medida de la mortalidad causada por la pesca, y la captura por unidad de esfuerzo una medida de la abundancia o densidad de las poblaciones de peces. Así pues, cada uno necesitará diferentes unidades del esfuerzo de pesca, y sobre todo, estas unidades cambiarán de distinta manera a lo largo del tiempo. Por ejemplo, supóngase que en una pesquería en la que se venían usando piraguas movidas a remo se introduce el uso de motores fuera de bordo. Para el economista, los medios han cambiado poco, ya que los factores principales, número de pescadores y barcos, permanecen los mismos, y la captura por unidad de esfuerzo se habrá incrementado. Para un biólogo, la población permanece inalterada, y, por tanto, también la captura por unidad de esfuerzo, pero lo que habrá aumentado será el esfuerzo de pesca. Es decir, para un economista la unidad de esfuerzo será la piragua o el pescador, mientras que para un biólogo será la piragua no motorizada, de tal manera que una con motor podrá equivaler a dos sin motor.

Estas complicaciones (que tienden a incrementarse cuanto mayor sea la variedad de equipos auxiliares, y se generalicen las modificaciones y mejoras de los artes de pesca) hacen que sea conveniente recoger los datos del esfuerzo de pesca en dos etapas. Primero, una recolección de datos relativamente simple, tal como el número de barcos o de salidas, que pueden obtenerse, con frecuencia, con un muestreo conjunto con el de las capturas. Luego una información mucho más precisa, como la de la eslora de los barcos, características de los artes, etc., obtenida de una parte de la pesquería, que se generaliza al total de los datos de la primera etapa, y según las necesidades requeridas. Esta información detallada se puede tomar cada año, por medio de una muestra de la pesquería, pero también cada cierto tiempo; por ejemplo, la Comisión Internacional de Pesquerías del Atlántico Noroeste recoge información detallada (dimensiones de los barcos, de los artes, etc.) de todos los barcos que operan en el área, cada varios años.

3.1.2 Definición de la población y elección de la unidad de muestreo

Ejemplo 3.1.2.1

En todo problema de muestreo lo primero que debe hacerse es definir la población que hay que someter a muestreo, y elegir una unidad apropiada de muestreo. Para esto, mejor que referirse al lugar en donde se han realizado las operaciones pesqueras es casi siempre más práctico atenerse a los lugares donde se desembarcan los peces, o se pesan y registran por primera vez. Lo más sencillo suele ser basar la pesquería en un cierto número de lugares de desembarco, que pueden ser considerados como una unidad. Un caso más complicado es cuando los desembarcos tienen lugar en cualquier punto de la costa o de un río; en este caso, la unidad será una determinada longitud de costa o de río. El tamaño mejor de una unidad es que sea lo suficientemente pequeña para que pueda ser abordada por un solo observador en un solo día; pero, en el caso de que la actividad pesquera esté muy esparcida, estos límites pueden ampliarse. Por último, algunas pesquerías, normalmente primitivas, cubren simplemente un área limitada, como un pantano o unos canales de irrigación, consumiéndose los peces localmente, o enviándose en pequeños lotes al mercado. En este caso, la unidad puede ser un área de terreno. Estos tipos de unidades pueden combinarse de tal manera que un sector de la costa pueda dividirse en un cierto número de lugares diferentes de desembarco, y longitudes de costa entre estos puntos.

El primer paso consistirá en establecer una estratificación, dividiendo las unidades (lugares de desembarco, sectores costeros) de acuerdo con el orden de magnitud de sus pesquerías. Para ello, es necesario realizar un examen previo de la pesquería, y, en el caso de las pesquerías sin lugares concretos de desembarcos, posiblemente un examen geográfico para delimitar con precisión los límites de las unidades. Donde la división de las unidades se hace en una forma más bien arbitraria, por ser la costa muy uniforme, se procurará que las capturas de las unidades sean lo más iguales unas a otras. Esto reducirá a un mínimo la variancia dentro de los estratos, con lo que aumentará la precisión de las estimaciones finales de las capturas, etc., para una cierta cantidad de muestreo. La división de los lugares, según la cantidad desembarcada sea grande, mediana o pequeña, puede cambiar durante el año con las pesquerías estacionales, de tal manera que un lugar de desembarco clasificado como «grande» durante la estación principal de pesca, tenga que ser clasificado como «pequeño» durante el resto del tiempo.

La intensidad del muestreo dependerá de la importancia de la unidad. Si es grande, es posible que sea necesario recoger una información muy completa, pero, si es pequeña, puede que sea suficiente una sola muestra que represente el 1 por ciento del total.

En cada unidad de población, tal como ha sido definida, es decir, un lugar de desembarco, puede que sea necesario establecer una nueva estratificación. Por ejemplo, un sector costero ha sido dividido en ocho unidades (lugares de desembarco), pero sólo es posible dedicar a cada una de ellas una décima parte del tiempo disponible. Esto significa que sólo podremos visitar cada unidad durante tres días al mes. La elección de estos tres días dependerá de circunstancias tales como las posibilidades de viajes entre los distintos lugares. Si éstas son buenas, es decir, si no hay dificultades o implica grandes gastos tomar los datos en el punto A el lunes, en el B el martes, etc., será mejor espaciar los tres días del muestreo con intervalos de 10 días durante el mes. (Los viajes entre los distintos puntos se facilitarían si los desembarcos se hicieran sólo por la mañana, dejando la tarde libre para viajar, lo que no podría ocurrir si los desembarcos tuvieran lugar durante todo el día.) Si, por el contrario, fuera difícil viajar, los tres días del muestreo habría que hacerlos seguidos, aun si esto causase pérdidas de precisión, por la probable correlación entre los desembarcos de los tres días sucesivos.

Otro tipo de estratificación, especialmente en los lugares de desembarco más importantes, sería según la clase de barcos o de artes de pesca. A veces es imposible recoger información de todos los desembarcos en un solo día, y los detalles de capturas y esfuerzo se obtienen tomando submuestras del total. La estimación que resulta será más precisa si se hace un muestreo con diferentes clases de barcos (ya sea por su tamaño o por la clase de arte que emplea) y se analizan separadamente. Esto, por supuesto, requiere una estimación de la cantidad desembarcada por cada clase de barco en el día y, luego, del desembarco total.

Ejemplo 3.1.2.1

En un puerto, donde han desembarcado pesca 16 barcos, se examinan las capturas de dos que emplean espineles a mano y de otros dos que emplean redes de enmalle, que han desembarcado respectivamente 45 y 55 kg, 75 y 105 kg. (a) ¿Cuál será el desembarco total estimado? (b) Sabiendo que 6 de los barcos eran de espineles y los otros 10 de redes de enmalle, dígame qué estimación es mejor, la de 1.120 o la de 1.200 kg.

3.1.3 Estimación de la captura total

[Ejemplo 3.1.3.1](#)

[Ejemplo 3.1.3.2](#)

Es muy difícil medir la captura en el momento en que ésta se realiza. Normalmente, se

mide clásicamente en el momento de la subasta en las lonjas de los puertos. Muchas veces las cantidades desembarcadas para la venta no coinciden con las capturadas, porque parte del pescado ha podido ser devuelto al mar, por no ser comercial o no llegar al tamaño legal, sin olvidar el que haya podido ser consumido por la propia tripulación'. Si estas cantidades fueran significativas, entonces sería necesario estimarlas mediante algún plan de muestreo, tal como el que se describe más adelante (sección 3.1.4). Igualmente, si las capturas se registran en alguna fase posterior de su comercialización, habrá que tener en cuenta las posibles pérdidas desde el momento del desembarco hasta el del muestreo.

Por ejemplo, en Zambia existe una importante pesquería en el lago Mweru, cuyo mercado mayor se encuentra en Copper Belt, a unos 400 km. Los peces enviados a este mercado deben pasar por un puesto de aduana, donde se hace un registro completo de estas exportaciones. Falta un registro completo del total de los desembarcos, pero éstos se pueden estimar mediante un muestreo consistente en observaciones de la proporción de peces desembarcados que se dedican a la exportación.

Si los peces se someten a elaboración antes de ser desembarcados, de tal manera que los pesos desembarcados no correspondan con los de las capturas, se hace necesario entonces el empleo de factores de conversión que los relacione. Desde luego, el caso más común es el del destripado y limpieza de los peces, siendo el factor de conversión pequeño y fácil de determinar; pero los peces también pueden secarse o salarse antes de su desembarco. Un caso importante muy especial del uso de factores de conversión es cuando se toman datos estadísticos elaborados por organismos ajenos a los de las pesquerías. Con frecuencia, suelen ser muy incompletos, ya sea porque sólo se registra una parte determinada de las capturas, por ejemplo, la que es comercial y no la que realmente ha tenido lugar, o porque ha habido falsificaciones deliberadas. Un caso muy común de estas últimas es cuando se utilizan como base del sistema estadístico los beneficios de los pescadores, declarados para la fijación de impuestos. En este caso, el establecimiento de factores de conversión fidedignos (proporción de la pesca no declarada a las autoridades) puede ser una tarea difícil. Lo mejor en estos casos es prescindir, en trabajos de biología, de tales estadísticas, y establecer un sistema propio de muestreo para realizar las estimaciones.

En algunas ocasiones, se hace necesario utilizar ciertos tipos de muestreos para poder determinar las capturas en una unidad primaria (como un lugar de desembarco o una parte de la costa), durante un tiempo determinado, tal como una jornada. A veces, es posible registrar todas las capturas desembarcadas, como cuando todas las cajas se colocan para la venta, siendo así fácil contarlas. En otros lugares, la unidad de muestreo puede cubrir grandes extensiones de la costa, quizá con varios desembarcos simultáneos, de tal manera que resulta imposible registrar con detalle todos los desembarcos. En estos casos, es corriente recurrir a un registro del número total de desembarcos, por un lado, y a una estimación de la captura media por desembarco,

por otro. Para que esto sea posible, es preciso que, mientras se registra la captura de un desembarco, sea posible por lo menos controlar cuántos barcos están desembarcando en ese momento. En el caso extremo de que esto tampoco sea posible, se puede estimar el número de desembarcos por hora en parte del día solamente; entonces se dividirá el día en partes, (por ejemplo, n horas) para registrar el número total de desembarcos (N), y el resto del día (m horas) para tomar nota de k número de desembarcos (k desembarcos).

Entonces la captura media por desembarco $= \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k w_i$, donde w_i es la captura del i

° desembarco cuya captura se mide,

y el número total de desembarcos durante el día $= (m + n) \cdot N/n$

y la captura total $= \frac{1}{k} \sum w_i \cdot N \cdot \frac{m+n}{n}$

La distribución del tiempo durante el día para registrar el número de desembarcos y la captura por desembarco dependerá de la relación de variancias de estas dos cantidades. Lo más probable es que la captura por desembarco varíe menos y, por tanto, requiera menos muestreo. El número de desembarcos por hora es más variable, y seguramente cambiará de una manera sistemática a lo largo del día. Por lo tanto, será muy conveniente extender a todo el día el registro de la frecuencia de desembarcos; un posible sistema consiste en dedicar una hora y media al registro del número de desembarcos, y media hora a la cantidad desembarcada, de una manera alternativa a lo largo de todo el día.

Una vez estimadas las capturas en los lugares y días en que se hicieron las observaciones, se pasa a calcular la captura total en todos los lugares y días de desembarcos, lo que puede hacerse de varias maneras. En primer lugar, si es que no se dispone de información adicional, se puede suponer que los lugares bajo muestra son una representación de todos los demás y, para deducir el desembarco total, se multiplica la cantidad de desembarcos registrados con el muestreo por el factor $(N \cdot T)/n$ donde N es el número total de lugares de desembarco, T es el número de días en el período considerado, y n es el número de desembarcos-días observados ($n = m \times t$, si las observaciones se hicieron en m lugares y en t días en cada uno).

Ejemplo 3.1.3.1

Se hicieron observaciones de muestreo en seis lugares de desembarco de un sector de la costa, durante cuatro días del mes de abril, y los desembarcos fueron:

- a) 350, 480, 320, 350 kg
- b) 180, 170, 250, 300 kg

- c) 280, 310, 200, 210 kg
- d) 370, 230, 250, 250 kg
- e) 280, 350, 370, 400 kg
- f) 400, 430, 380, 390 kg

Teniendo en cuenta que en todo el sector costero hay 25 lugares de desembarco, estímesese el desembarco durante dicho mes

$$\left(\frac{25 \times 30}{24} \times 7.500 = 234.375 \text{ kg} \right)$$

Con frecuencia, es posible disponer de datos adicionales sobre la importancia relativa de los lugares de desembarco en los que no se hicieron observaciones directas de las cantidades desembarcadas. Por ejemplo, se pueden recoger datos sobre el número de pescadores o de barcos, ya sea por las propias estadísticas pesqueras, o por alguna otra fuente de información, como los documentos sobre recaudación de impuestos. Tales datos han de referirse a un período lo más largo posible, y durante el cual las condiciones fueran aproximadamente constantes, que en una pesquería estable pueden representar un año, pero en otras con más fluctuaciones tan sólo un mes o incluso una semana.

De los datos sobre los lugares observados directamente se puede deducir una captura media por barco (o por hombre), y este promedio se multiplica por el número total de barcos (u hombres) de todo el sector, obteniéndose la captura total.

Ejemplo 3.1.3.2

En el Ejemplo 3.1.3.1, el número de barcos en los seis lugares de desembarco tomados como muestra fueron 20, 12, 15, 18, 20 y 25, respectivamente. En los otros 19 lugares de desembarco, según el registro realizado al comienzo del mes, había 250 barcos. Dígase cuál es la estimación de la captura $t = \frac{7.500}{110 \times 4} = 17.045 \text{ kg}$ información adicional del número de barcos (captura por barco y día). Captura total = $17.045 \times 360 \times 30 = 184.086 \text{ kg}$.

Obsérvese que esta cantidad es inferior a la estimada anteriormente, porque el número medio de barcos en los lugares sometidos a muestreo era mayor que en el resto de la costa. Esto puede suceder en la práctica cuando no se usa un sistema apropiado de muestreo al azar, ya que puede ser conveniente realizar los registros en los lugares más importantes de desembarco.

3.1.4 Estimaciones de la cantidad devuelta al mar

Ejemplo 3.1.4.1

A menudo se consideran como sinónimos las estadísticas de las capturas y los desembarcos (aparte del caso de la aplicación de los factores de conversión). Sin embargo, es frecuente que, por ejemplo, en Europa septentrional y en América los pescadores devuelvan al mar una parte de sus capturas, ya sea por tratarse de especies sin interés o de individuos (normalmente pequeños) sin valor comercial de las especies valiosas. Las observaciones realizadas en la costa, tal como han sido descritas en la sección anterior, sólo sirven para conocer las cantidades desembarcadas. En algunos casos, particularmente cuando se pretende valorar el efecto de la pesquería sobre la población, lo que se necesita son los datos de capturas. (Generalmente, puede admitirse que los peces capturados, aunque se devuelvan al mar, todos mueren, y, por lo tanto, se separan de la población. Si algún pez viviera, entonces la cantidad significativa sería la de los que, siendo devueltos, también mueren; la estimación de la proporción de los devueltos al mar que mueren exige otra recolección especial de datos, tal como la conseguida por observadores en los barcos comerciales, o por medio de experimentos.)

Para conocer la cantidad de peces devuelta al mar, suele ser conveniente que haya alguien a bordo que se ocupe de ello, porque, por lo general, los pescadores están demasiado ocupados para tomar nota de estos datos. Ya se comprenderá que resulta muy difícil obtener estadísticas completas de las cantidades devueltas y, si se consiguen, lo más probable es que sean inexactas. En consecuencia, se hace necesaria la aplicación de un muestreo como medio de información, que puede efectuarse por observadores especiales o con la colaboración de un grupo de pescadores, siempre que la cantidad de peces devueltos al mar sea apreciable. Los pescadores deben adiestrarse convenientemente para que sepan medir con precisión las cantidades devueltas, lo que no es necesario que hagan en todas las salidas, sino, por ejemplo, una de cada veinte. Los observadores especiales a bordo de los barcos son una garantía de la exactitud de los datos sobre las cantidades y clases de peces devueltos; sin embargo, resultan en parte ineficaces, puesto que quizás tengan que permanecer en un barco que pesca durante mucho tiempo en la misma área, donde la proporción de peces devueltos es siempre parecida, mientras que no se toma nota de lo que está ocurriendo en otros barcos y áreas. Así pues, la variancia de la cantidad devuelta al mar en el conjunto de la pesquería será alta en relación con el tiempo empleado para anotar estas cantidades. Si el observador especial tiene otras misiones a bordo, tal como medir peces, observar su madurez, alimentación, etc., se pueden eliminar las repeticiones innecesarias de la proporción de peces devueltos al mar y la cantidad rechazada se puede estimar de modo exacto y eficaz.

Como, por lo general, la cantidad devuelta varía normalmente de una manera acusada, tanto con las estaciones como con las áreas de pesca, se hace necesaria una

estratificación. Dentro de cada estrato, tal como una determinada área en una cierta estación, la proporción de peces devueltos debe permanecer más o menos constante, aunque posiblemente varíe de un año a otro, como cuando aparece una gran clase anual sin valor comercial. De esta manera, la exactitud obtenida será alta, aunque sólo se disponga de unas pocas muestras (media docena de muestras por estrato pueden dar estimaciones de exactitud utilizable). Naturalmente, el número de muestras dependerá de la cantidad que se supone se deba devolver al mar. Como caso extremo, hay estaciones o áreas, especialmente las de freza, en las que se sabe que la cantidad devuelta al mar es insignificante o nula, de modo que puede omitirse el muestreo, permitiendo en cambio incrementarlo en otras áreas o estaciones.

Ejemplo 3.1.4.1

Durante cuatro viajes realizados en el verano se observó que habían sido arrojadas al mar 5 toneladas de peces pequeños, y otras 40 desembarcadas; en un único viaje realizado en el invierno se comprobó que sólo se devolvieron 0,1 toneladas, y 11 se desembarcaron. Calcúlese cuál será el peso estimado de los peces arrojados al mar en el conjunto de la pesquería sabiendo que el total de desembarcos en el verano fue de 4.000 toneladas y de 5.500 en el invierno ($500 + 50 = 550$ toneladas).

Cuando las informaciones se obtienen de los propios pescadores, se pueden seguir dos caminos: o bien un grupo de pescadores dan una información de lo que ocurre en todas las salidas, o, por lo menos, en las que ellos efectúan, o se recurre a todos los pescadores informando cada uno de ellos de lo ocurrido en una pequeña fracción de su salida.

El primer sistema, que es probablemente el más fácil de seguir, tiene el inconveniente de no ser en absoluto un muestreo al azar, ya que incluye sólo los pescadores que se cree están más capacitados para cooperar. Por ejemplo, es probable que los pescadores que usan mallas estrechas o ciegas (y por tanto capturen una gran proporción de peces pequeños) sean los más reacios a cooperar. Esto, por otra parte, dará lugar a sesgos en las estimaciones de las cantidades devueltas al mar, en el sentido de subestimarlas. Antes de dar como admitido que la cantidad arrojada por los barcos tomados como muestra no está sesgada con respecto a la media general, es preciso comprobarlo de alguna manera, por ejemplo, observando la proporción de peces pequeños que desembarcan, etc.

Un problema similar al de la devolución de peces al mar es el de la elaboración a bordo, por ejemplo, el fileteado, siendo imposible determinar la composición de la captura por especies por medio de la observación en el momento del desembarco. Al igual que en el caso de los peces arrojados al mar, el problema más importante consiste en determinar la cantidad de peces pequeños de las especies de valor comercial elaboradas, más bien que ocuparse de todas las especies. La recolección de datos puede encargarse

a observadores especiales o a los propios pescadores. Quizá lo más conveniente sea registrar la proporción de las especies que se dedican a la elaboración (cuyo total puede conocerse por los registros de desembarcos), más bien que de la captura total.

3.1.5 Estadística de esfuerzos

La forma más sencilla consiste en registrar el número de pescadores o de barcos, para lo cual normalmente no hace falta ningún tipo de muestreo, y son datos que pueden ser utilizados (como en la sección 3.1.3) como un paso intermedio en la estimación de la captura total. Sin embargo, tales estadísticas pocas veces resultan adecuadas en los estudios biológicos, como cuando se pretende conocer la intensidad de pesca real en una pesquería, particularmente en aquéllas en desarrollo. Casi siempre se necesitan medidas mucho más complicadas del esfuerzo de pesca, entre las cuales se encuentran determinaciones precisas del tiempo empleado en la pesca, tamaño de los barcos, número y dimensiones de las redes, etc.

Desde un punto de vista biológico, las unidades más adecuadas del esfuerzo no pueden conocerse en el mismo momento en que se recogen las estadísticas. Así, en el caso de una especie pelágica agregada en bancos como el boquerón, una buena medida de la densidad, o tamaño, del banco puede ser la captura por calada de un arte de cerco, referida a una longitud de red dada. Sin embargo, la abundancia total de la población puede relacionarse más estrechamente con el número de bancos, o con las distancias entre ellos, que con el tamaño individual de estos bancos, que pueden ser de parecido tamaño para una variedad de abundancias de la población total. El número de bancos se puede estimar basándose en el tiempo que tardan los pescadores en encontrarlos. En estos cálculos habrá que introducir correcciones para compensar el efecto de las mejoras técnicas que permiten localizar más rápidamente los bancos de peces, tales como mayor velocidad del barco, radiotelefonía, ecosondas, etc. La expresión que se emplee para la estimación del índice de densidad de la población (la captura por unidad de esfuerzo corregida), será posiblemente una complicada combinación del tiempo empleado en la exploración y de la captura por calada, expresión que muy bien puede estar sometida a revisiones, de acuerdo con las investigaciones que se vayan desarrollando. Sin embargo, este problema puede tener una solución rápida con tal de que se hayan recogido todos los datos necesarios.

La mayor parte de la información necesaria tendrá que ser recogida mediante algún método de muestreo. Debe, pues, recogerse una información completa del número de desembarcos, mediante un sistema apropiado de muestreo, tal como el descrito anteriormente para las estadísticas de captura. Utilizando una proporción de los desembarcos, tal como uno de cada siete, o todos los de un día cada semana, se recoge una información más completa sobre la forma de utilizar el tiempo fuera del puerto, el que se ha empleado para llegar a las áreas de pesca, el invertido para localizar los peces y el tiempo real de pesca, así como el número de caladas efectuadas, distinguiendo

quizá entre las caladas con captura y sin ella. También puede recogerse información en estas encuestas sobre las dimensiones de las redes, equipos de radio y ecosonda, etc. Es de esperar que estos datos sólo cambien ocasionalmente, de modo que sólo sea necesario recopilarlos de tanto en tanto, por ejemplo, una vez al año.

3.2 Muestreo de la composición de longitudes

[3.2.1 Métodos de medición y registro](#)

[3.2.2 Selección de la muestra](#)

[3.2.3 Momento y lugar para el muestreo de las capturas comerciales](#)

[3.2.4 Estratificación](#)

[3.2.5 Tamaño de la muestra](#)

[3.2.6 Factores elevadores](#)

3.2.1 Métodos de medición y registro

Del trabajo que debe realizarse en una pesquería, la tarea que consume más tiempo es, sin duda, la determinación de la composición en tallas y edades de las capturas.


Es conveniente distinguir entre dos programas de muestreo (aunque, como ocurre con tantas clasificaciones, la distinción no sea a veces muy clara). El primero consiste en el examen detallado de una serie de medidas y observaciones realizadas con precisión, pero forzosamente con lentitud y en un número relativamente escaso de ejemplares (por ejemplo, mediciones simultáneas de varias dimensiones del cuerpo, peso individual, peso de las gonadas, estado sexual, etc.), trabajo que se realiza ordinariamente en el laboratorio. El segundo consiste en mediciones rápidas, como la de la longitud total sobre gran cantidad de ejemplares, y con frecuencia en condiciones incómodas, como las de los mercados y lonjas de subasta de los peces.

Si lo que se pretende con el primer tipo de muestreo es sólo realizar estudios raciales o diferencias específicas, como los índices biométricos, o la media vertebral, el problema del muestreo será pequeño. La precisión que se alcance dependerá exclusivamente del número de peces tomados como muestra, independientemente de la forma en que hayan sido elegidos. Las pruebas de comparación entre los grupos de muestras consistirán, suponiendo que las muestras sean suficientemente grandes para el estudio requerido, en comprobar si existen grupos de peces que se diferencien significativamente, o si estas diferencias son inferiores a un nivel dado.

A veces, las estimaciones sobre la composición de las capturas según la edad, el estado de madurez, etc., se realizan directamente mediante muestreos que forzosamente resultan lentos, lo que con frecuencia hace el método ineficaz. Mucho más ventajoso es establecer un amplio y rápido muestreo de la composición de longitudes, y luego relacionar las demás observaciones con la longitud, a través de muestras relativamente pequeñas. Dado que la mayor parte del trabajo consistirá en el muestreo de la composición de longitudes, la eficiencia quedará notablemente incrementada si se emplean métodos y planificaciones estadísticas adecuadas a este fin. Aunque el tema de la manipulación se trata en otro manual de esta serie (otra buena exposición se da en el informe de la FAO, Centro de Capacitación sobre Metodología y Técnicas de Investigaciones acerca de la Caballa (*Rastrelliger*), Bangkok, 1958), merece la pena comentar aquí brevemente este problema. Las principales cuestiones que hay que considerar son: la medida que hay que utilizar (longitud total, horquilla, etc.), la precisión de las medidas (en milímetros, o en grupos más amplios) y los instrumentos de medición (ictiómetro, etc.). Como todas las medidas de la longitud están estrechamente relacionadas entre sí, incluso con otras medidas del «tamaño» (peso, etc.), basta escoger una de ellas, la que permita realizar las medidas más rápidas y exactas, incluso en condiciones difíciles. Normalmente, la dimensión más adecuada es la longitud total, pero, en las especies con la aleta caudal muy ahorquillada, puede ser mejor medir hasta el centro del ángulo que forman los dos lóbulos caudales (longitud-horquilla). Una cuestión de menor importancia es qué debe hacerse con los peces que por tener la cola dañada no presentan claramente una longitud determinada. Desde luego, estos peces pueden excluirse, si es que no existe alguna correlación entre el tamaño y la frecuencia del daño, como en el caso de que los peces mayores fueran más propensos a dañarse la cola. Si la exclusión fuera a producir un sesgo, no debería realizarse, en cuyo caso al pez dañado se le atribuiría la misma longitud que a otro que presentara las proporciones más parecidas en el resto del cuerpo.

En una sección anterior se dijo que, en el estudio de las distribuciones de frecuencias, de la longitud o de otra cantidad, no era aconsejable una precisión extrema, puesto que un número grande de grupos de longitud haría extremadamente prolijos los análisis. Se ha demostrado también (Holt, 1958) que, al pretender una gran precisión, se puede perder exactitud; por ejemplo, al medir al milímetro, se puede confundir el último centímetro sobre el que se hace la lectura (leer 173 mm en vez de 183 mm). Igualmente, cuando se han marcado lenguados en condiciones difíciles, no ha sido raro encontrar que los peces habían crecido (o encogido) exactamente 10 cm al volver a ser capturados a los pocos días (por el contrario, los cambios de unos 7 ó 13 cm eran muy raros). Como regla aproximada, se ha sugerido (Yule y Kendall, 1950) que deben tomarse 15-25 grupos efectivos, o quizá más cuando los datos son muy abundantes o las distribuciones de frecuencias complejas. Así, un agrupamiento que se sugiere para *Rastrelliger*, cuyas longitudes en las capturas varían entre 13 y 22 cm, es el de medios centímetros, con lo que se obtendrían 18 grupos, mientras que el grupo tipo para el bacalao del noroeste del Atlántico, que varía entre 40 y 130 cm, es de 3 cm, lo que da

unos 30 grupos, resultando quizá un agrupamiento demasiado sutil. Es conveniente que la graduación de los ictiómetros, o aparatos para medir, sea suficientemente clara; ésta ha de tener las mismas unidades que en las que se pretenda agrupar a los peces: si es por clases de 1 cm, la graduación ha de ser en centímetros, ya que otras graduaciones en diversas unidades en el mismo ictiómetro pueden producir confusiones.

El método más sencillo para realizar los registros consiste en que una persona manipule y mida los peces y otra anote los datos en un estadillo. La forma de este estadillo será discutida en una sección posterior con más detalle, cuando se trate de la toma de otros datos, además de la longitud. En algunos estadillos, las longitudes se van anotando en columna, y luego se agrupan en forma de distribución de frecuencias. Este sistema es conveniente al hacer un muestreo detallado, cuando algunos atributos (longitud, peso, sexo, madurez, etc.) se registran para el mismo pez, pero normalmente resulta más práctico el anotar en un estadillo, a la izquierda y verticalmente, la serie de grupos de longitudes, en cuyos renglones correspondientes se hace una marca por cada pez de aquella talla, y luego se suman las marcas para cada grupo de tallas, con lo que automáticamente se obtiene la distribución de frecuencias. El recuento de las marcas se facilita si éstas se disponen de cierto modo, como el de reunir las rayas en grupos, por ejemplo, de cinco, para lo cual, después de haber colocado cuatro rayas verticales seguidas, la quinta se pone diagonalmente sobre ellas, o bien se construye un cuadrado con una diagonal (). Como estas operaciones requieren dos personas, en ciertas situaciones pueden ser onerosas, aunque a veces la segunda persona es necesaria para mover las cajas de pescado. Para que un solo individuo pueda realizar la tarea, se puede usar un magnetófono, que registre los datos que el medidor dicte, y luego en el laboratorio se pasan al estadillo. Este sistema se usa en varios países de Europa.

Un método más sencillo, por el cual una sola persona puede realizar un registro permanente, consiste en el empleo de bandas de plástico o de celuloide. Para cada muestra se utiliza una banda, que se coloca en el aparato medidor, y encima los peces. Donde termina la cola se hace una perforación, con lo cual se tendrá una serie de agujeros. Luego, en el laboratorio, se coloca la banda sobre el ictiómetro y se comprueba a qué longitud corresponde cada agujero. Un sistema parecido consiste en emplear placas de plástico sobre las cuales se puedan hacer marcas con lápiz que no se borren con facilidad. El plástico se coloca sobre un ictiómetro y se marcan sobre él de forma permanente los intervalos de los grupos de longitudes. Se hace una marca con lápiz en el intervalo donde acaba la cola, y luego, en el laboratorio, se cuentan las marcas en cada intervalo y se hacen los estadillos. Ambos sistemas se pueden hacer sin que representen gran trabajo sobre el habitual del manejo de los peces.

3.2.2 Selección de la muestra

A veces es preciso tomar sólo parte de los peces de un gran montón, que puede

contener cientos de ellos, o más, como cuando están en la cubierta de un barco; en estas condiciones, un método inadecuado de selección puede producir sesgos muy fuertes. Muchas personas tienden a coger primero los peces más grandes o más visibles, con lo que la muestra quedará muy sesgada. Así, una muestra de bacalao tomada al azar a bordo del barco inglés de investigaciones *Ernest Holt*, para realizar estimaciones sobre la edad, resultó tener una longitud media de 10 cm más que la de la captura total. Nunca hay la seguridad de no haber incurrido en una mala selección, puesto que, por ejemplo, tratando de no coger primero los peces mayores, se puede caer en el defecto contrario, es decir, coger demasiados peces pequeños. Estos peligros de sesgos se pueden superar directamente midiendo todos los peces del montón, aunque la muestra así obtenida resultase entonces mayor de lo que exigieran las necesidades estadísticas. No obstante, el montón puede ser tan numeroso que no haya más remedio que tomar sólo una parte de él. Si se quiere retirar sólo 1/5 de los peces del montón, esto se puede hacer distribuyendo simultáneamente los peces en cinco montones, por ejemplo, cinco cestas, y tomando luego al azar una de ellas. La distribución simultánea para cada grupo debe hacerse con pocos peces cada vez para evitar que si, por ejemplo, los primeros peces que se toman son los más grandes y los últimos los más pequeños, los unos vayan a la primera cesta y los otros a la última. A pesar de todo, puede ocurrir que una de las cestas contenga una mayor proporción de peces grandes que las otras. Entonces debe repetirse la operación hasta conseguir una mayor homogeneidad entre los cinco montones.

Otra manera de proceder consiste en tomar todos los peces que existan a un lado del montón. Es muy importante que todos los peces de ese lado se midan hasta dejar limpio el piso donde estaban. Todavía son posibles los sesgos, ya que ha podido ocurrir que los peces mayores se hayan deslizado hacia uno de los costados, lo que a bordo puede ser corregido haciendo un muestreo de diferentes partes de las capturas en momentos distintos; en una calada se toman los peces después de descargados, en la siguiente antes de haber terminado la descarga.

Ordinariamente, las capturas comerciales se colocan en cajas o cestas y, si la muestra consiste en una o varias cajas, no existe un riesgo de sesgo por coger primero los peces más grandes. En cambio, cuando ha de tomarse una parte de la caja vuelve a surgir este riesgo de sesgo. Para evitarlo, se procederá como antes, o bien se reparte en varios montones simultáneamente, o se toman todos los peces de un costado de la caja, hasta dejar limpio el fondo de la misma, es decir, cogiendo de arriba hacia abajo, hasta los últimos del fondo.

3.2.3 Momento y lugar para el muestreo de las capturas comerciales

Se ha de poner gran cuidado en la elección del momento y lugar de la toma de muestra,

para evitar que, por causa de estos motivos, se produzcan sesgos. Las grandes diferencias sistemáticas entre los peces no sólo pueden proceder del lugar en que hayan sido pescados y del arte empleado, sino también del proceso a que hayan sido sometidos en su comercialización. La mayor parte de los biólogos tienen mucho cuidado de evitar las primeras causas de sesgos, pero éstas pueden pasar desapercibidas y producir fuertes sesgos.

Por ejemplo, un método en apariencia adecuado consiste en que un determinado vendedor envíe una muestra al azar de peces al laboratorio. Este vendedor puede estar acostumbrado a comprar con preferencia un determinado tamaño o calidad de peces para su mercado, tal como los grandes, con lo que se produciría en la muestra un sesgo hacia los tamaños mayores, mientras que otro peligro consistiría en que se enviaran al laboratorio los peces en peores condiciones, o más baratos por su pequeño tamaño. Por tanto, conviene hacer el muestreo lo más pronto posible, antes de que se haya introducido un sesgo que luego no pueda ser corregido. Esto significa que debe determinarse cuanto antes dónde, cuándo y con qué arte se hizo la captura.

Así pues, lo mejor será realizar el muestreo de las capturas comerciales en los mismos barcos, durante las operaciones de pesca. A pesar de todo, en la práctica suele ser difícil enviar personal de laboratorio a bordo, lo que, con frecuencia, será insuficiente, debido a que éste deberá permanecer a bordo durante todo el viaje, quizá varios días, durante el cual el barco visitará una o dos áreas de pesca, de modo que en todo este tiempo no podrá tomar más que un par de muestras. En cambio, en tierra puede hacer el muestreo en el mismo período de quizá hasta 20 ó 30 barcos a medida que descarguen, obteniéndose una información muy variada de las áreas, y hasta de los artes. La pérdida de tiempo a bordo puede ser compensada si el empleado del laboratorio toma nota de otra serie de informaciones, tales como peces devueltos al mar, alimento de los mismos, observaciones meteorológicas e hidrográficas, etc. Aunque tales informaciones no constituyan estrictamente parte del problema del muestreo que aquí se discute, no está de más considerarlas como parte integrante, junto con el muestreo propiamente dicho, de un plan general de investigación, para saber si el envío de observadores a bordo merece la pena en términos de la economía del uso de la mano de obra.

Si los observadores tienen la posibilidad de pasar en el mar de unos barcos a otros, entonces podrá incrementarse el número de muestras por día, o por mes, y con ello la eficiencia del muestreo. Tal es el caso de la pesquería con artes de cerco del golfo de Siam, donde los observadores a bordo de un bote recorren durante la noche los lugares de pesca, tomando nota del momento y lugar exactos de las capturas inmediatamente después de hechas las caladas. De esta manera, se llega a tomar nota del momento y lugar exactos de hasta 12 muestras por noche.

En la mayor parte de las pesquerías, el momento más apropiado para efectuar los

muestreos es inmediatamente después del desembarco del pescado. En algunas lonjas, como las de Inglaterra y Japón, se dan las condiciones más favorables para esto, ya que el pescado se desembarca durante la noche y se subasta por la mañana. El tiempo que transcurre desde que todo el pescado se desembarca y deposita en la lonja hasta que comienza la subasta es de una o más horas, y en este momento es cuando el personal de laboratorio tiene una buena oportunidad de realizar fácilmente el muestreo, sin interferir con las actividades de los comerciantes que han de comprar el pescado. En estas condiciones, no suele haber problemas de tiempo y espacio en el muestreo, pero puede suceder, como ocurre en algunos sitios de Inglaterra y en otros países, que el período de tranquilidad entre el desembarco y la venta sea muy corto o no exista porque el pescado se vende inmediatamente después de desembarcado. Aun en este caso, siempre quedan unos pocos minutos para realizar un muestreo, suponiendo que el personal de laboratorio pueda hacerlo rápidamente y en condiciones difíciles, y que las relaciones con el personal de la lonja sean buenas. Estas últimas pueden mejorarse pagando una cierta cantidad para que el pescador deje hacer un muestreo de las capturas. Esto es probable que convenga más en pesquerías consistentes en un número elevado de pequeños pescadores, en que cada uno desembarca una captura reducida, pudiendo estar constituida la muestra por la captura de un solo pescador.

Cuando el muestreo en el mismo lugar de desembarco sea sumamente difícil o imposible, por ejemplo, porque el personal científico no pueda estar a tiempo en dichos lugares, no habrá más remedio que realizar el muestreo en una etapa posterior de la comercialización del pescado, como sería el caso en los mercados de mayoristas. Cuanto más se retrase el momento del muestreo, tanto mayores serán las dificultades en la obtención de los datos reales y exactos de las condiciones en que se hizo la captura, especialmente del lugar donde se realizó, y mayor será también la pérdida de información biológica. En el caso de que las capturas sigan dos canales de comercialización, como la venta en fresco y la elaboración de salazones, puede ocurrir que, si se somete a muestra el de la venta en fresco, se pierda la oportunidad de hacerlo con el destinado a salazón. En esta situación, el sistema de muestreo no puede dar una muestra al azar de la captura, y serán necesarias observaciones de vez en cuando en los desembarcos que no se someten regularmente a muestreo, para asegurarse que no difieren del resto de los desembarcos. Por ejemplo, el pescado que se destina a condimentos normalmente proviene de individuos de pequeño tamaño. No habrá más remedio que someter a muestreo todos los canales de la comercialización para evitar obtener estimaciones sesgadas, o, aún mejor, superar todas las dificultades y establecer el muestreo en los lugares de desembarco.

3.2.4 Estratificación

[Ejemplo 3.2.4.1](#)

[Ejemplo 3.2.4.2](#)[Ejemplo 3.2.4.3](#)[Ejemplo 3.2.4.4](#)[Ejemplo 3.2.4.5](#)

El objetivo final de un muestreo puede consistir en estimar la composición de la captura total de cierta especie durante todo un año. Dado que un año resulta demasiado amplio para considerarlo como una unidad de muestreo, se requiere cierta división, o estratificación, tanto para efectos prácticos como para incrementar la eficiencia del muestreo. Lo más lógico es que estas divisiones se hagan de acuerdo con las estaciones o temporadas de las capturas, lugares y métodos de pesca. Por ejemplo, una de estas divisiones podría ser todo el pescado que se desembarca durante el mes de agosto en un cierto lugar de la costa y que ha sido capturado con redes de enmalle. Se debe tomar una o varias muestras del pescado desembarcado en este período y lugar, y estimar la composición de estos desembarcos; de la misma forma se estimará la composición de los desembarcos en otros lugares, épocas y con otros artes (si los hay), y por la suma de las frecuencias de todas estas estimaciones obtener la estimación de la composición de la captura total. En estas operaciones, es absolutamente indispensable conocer el volumen de las capturas en cada división para poder aplicar correctamente los «factores elevadores». Un factor elevador es el número por el que hay que multiplicar las frecuencias de la distribución en la muestra para obtener las frecuencias totales en la población sometida a muestreo.

Ejemplo 3.2.4.1

Durante cuatro meses de invierno se tomaron muestras de *Hilsa*, cada una de 50 kg. A continuación se da la composición de longitudes de cada muestra:

Longitud (mm)	Diciembre	Enero	Enero	Febrero	Marzo
255-	18	7	4	2	3
275-	16	9	6	4	2
295-	18	11	12	3	4
315-	10	14	16	9	6
335-	7	10	19	12	11
355-	6	9	15	16	10
375-	5	12	11	8	14

395-		6	5	12	8
415-			8	7	4
435-				3	2
455-					6
TOTAL	80	78	96	76	70

La anotación 255- significa que esta clase comprende todos los peces de una longitud entre 255 mm y 274 mm, siendo el título de la siguiente clase 275-.

El peso total desembarcado cada mes fue de 250 kg en diciembre, 1.000 en enero, 2.500 en febrero y 500 en marzo.

Determinése el número total de peces desembarcados de cada grupo de longitud, y también el porcentaje de cada longitud en la composición del total de desembarcos. Compárese con el porcentaje de cada longitud en la composición de los 400 peces medidos.

Los factores elevadores de cada mes serán $250/50 = 5$, $1.000/100 = 10$, $2.500/50 = 50$ y $500/50 = 10$. (Obsérvese que en enero se tomaron dos muestras, por lo que habrá que sumarlas antes de aplicar el factor elevador, que será, desde luego, la mitad de lo que habría sido si sólo se hubiera tomado una muestra.) Aplicando los factores elevadores correspondientes a cada mes, y sumando las frecuencias obtenidas, se consigue la siguiente composición de longitudes:

Longitud	Números desembarcados						Números medidos	
	Dic.	Enero	Feb.	Mar.	Total	%	Total	%
255	90	110	100	30	330	5	34	8,5
275	80	150	200	20	450	7	37	9
295	90	230	150	40	510	8	48	12
315	50	300	450	60	860	13	55	14
335	35	290	600	110	1 035	16	59	15
355	30	240	800	100	1 170	18	56	14
375	25	230	400	140	795	12	50	12,5
395		110	600	80	790	12	31	8
415		80	350	40	470	7	19	5
435			150	20	170	3	5	1
455				60	60	1	6	1,5

TOTAL	400	1 740	3 800	700	6 640		400	
-------	-----	-------	-------	-----	-------	--	-----	--

Puede notarse que los peces pequeños están representados excesivamente en las muestras. Esto se debe a que el muestreo fue repartido de una manera más o menos uniforme a través del período, pero en febrero, cuando se dieron las mayores capturas, predominaban los peces grandes.

Al calcular los factores elevadores, se debe tener muy presente cuáles son las cantidades a estimar. En el ejemplo anterior, la cantidad a estimar era el número de peces desembarcados de cada grupo de talla, y los factores elevadores quedaban determinados por las cantidades desembarcadas cada mes. Si la cantidad a estimar hubiera sido la composición media de tallas de este período, los factores elevadores hubieran tenido que ser diferentes. Los factores elevadores para cada mes vendrán dados por el volumen de la población, que habrá que estimar de alguna manera.

Ejemplo 3.2.4.2

Suponiendo que en el Ejemplo 3.2.4.1 los tamaños de la población en diciembre, enero, febrero y marzo eran proporcionales a 2:3:3:2 respectivamente, calcúlese la composición media de longitudes de la población.

El principal problema con que se enfrenta la estratificación de los desembarcos es la elección de la magnitud de las subdivisiones. Al aplicar los métodos usuales de muestreo estratificado, las subdivisiones no deben ser tan numerosas que no se pueda tomar de cada una por lo menos una muestra. Es preferible que las subdivisiones sean numerosas y pequeñas si existen grandes diferencias entre ellas, y pocas y extensas cuando las diferencias sean pequeñas; cada división debe ser lo suficientemente pequeña para que se puedan tomar muestras de ella. El número de muestras deberá ser, en lo posible, proporcional a la variancia en la subdivisión.

No es necesario que todas las divisiones tengan el mismo tamaño. Por ejemplo, en lo que se refiere al tiempo, podemos suponer una pesquería en la que se actúa durante todo el año, pero que tiene un máximo de desembarcos en una corta estación. Durante este máximo, la unidad de tiempo adecuada podrá ser la semana, tomando muestras a diario y, fuera de esta estación, podrá ser el mes, tomando una muestra cada semana.

Ejemplo 3.2.4.3

Las capturas mensuales de mujoles (*Mugil* spp.) en el lago Menzala (Egipto), en 1956-57, figuran en el cuadro siguiente (datos tomados de Panse y Sastry, 1958):

Mes	Junio	Julio	Ag.	Sep.	Oct.	Nov.	Dic.	Ene.	Feb.	Mar.	Abr.	Mayo	Total
Capturas (toneladas)	136	166	343	372	523	395	264	235	140	98	117	75	2 864

Si hay posibilidad de contar con tiempo y mano de obra suficientes para tomar 10 muestras durante el año, sugiérase cómo deberán repartirse.

No es posible decir que cualquier reparto es el «adecuado», pero uno razonable tendría cinco divisiones, con dos muestras tomadas en cada período; sin conocer la distribución por tamaños de cada mes, puede suponerse que la variancia en la distribución por longitud es igual en cada período - por lo que los períodos se escogerán de modo que se obtenga que el peso desembarcado en cada uno de ellos sea el mismo, en la medida de lo posible, por ejemplo, cercano a la media de 580 toneladas. Si el periodo de muestreo se inicia en enero, una división posible sería: enero-abril, mayo-julio, agosto-septiembre, octubre, noviembre-diciembre.

Suponiendo que en una pesquería con una distribución estacional semejante de la captura total se sabía por muestreos anteriores que los principales grupos de talla capturados cada mes eran:

Mes	Junio	Julio	Ag.	Sept.	Oct.	Nov.	Dic.	Ene.	Feb.	Mar.	Abr.	Mayo
Tallas	19-21	20-22	21-24	22-25	23-25	24-27	20-28	20-28	15-28	15-18	15-18	16-20

¿ Cómo modificarán esta información adicional los períodos propuestos anteriormente?

Según puede verse, en la mayor parte de los meses aparece sólo un grupo modal, excepto entre diciembre-febrero, en que aparecen dos; por tanto, se requerirá un muestreo más intenso en este período. Durante la estación del máximo de capturas (septiembre-octubre), el ritmo de aumento de la talla es lento, de modo que no es necesario hacer tantos muestreos en dicho período. Se aconseja, por consiguiente, una división en cinco períodos: enero-febrero, marzo-mayo, junio-septiembre, octubre-noviembre, diciembre.

Al dividir los desembarcos totales según los puertos o sectores de la costa, se ha de tener un cuenta la comodidad física para las operaciones del muestreo. Lo más probable es que el laboratorio, o sitio de trabajo, se encuentren junto a un lugar importante de desembarcos. El muestreo en estos lugares puede hacerse sin gran pérdida de tiempo; quizá durante tres horas de ausencia del laboratorio, de las cuales dos correspondan al trabajo real de muestreo. En cambio, el muestreo en otros lugares puede llegar a significar la pérdida de un día, o más, de trabajo. Sin embargo, es preciso obtener información de estos lugares, si es que se quiere tener una buena estimación de la composición del conjunto de los desembarcos. En ciertos casos, puede ser útil considerar que los desembarcos de

una especie en el lugar más favorable para el muestreo constituyen una muestra real de la población o poblaciones que explotan los pescadores de toda la zona. Esto bien puede ocurrir en las investigaciones que se llevan a cabo sobre las especies costeras, donde cada sector de la costa puede contener una población relativamente independiente. Si la población se explota por varios grupos de pescadores y las muestras sólo se obtienen de uno de ellos, no existirá garantía de que tales muestras sean representativas. Antes de plantear un sistema regular de muestreo en toda la región, es conveniente realizar un estudio preliminar sobre la composición de las capturas en los lugares de desembarco. Puede ocurrir que entre unos y otros lugares de desembarco no haya diferencias esenciales, y entonces baste tomar las muestras en los más convenientes, cuidando de comprobar de vez en cuando que entre los desembarcos que están sometidos a muestra y los que no lo están no hay diferencias. Un caso especial puede ocurrir en las pesquerías de alta mar. Los desembarcos totales de dos puertos pueden diferir en su composición porque las principales zonas de pesca de las dos flotas difieren también, pero se sobreponen. En este caso, los desembarcos serán divididos según la zona donde se haya hecho la captura, así como las muestras tomadas en uno de los puertos, que serán ponderadas de acuerdo con los desembarcos totales de cada zona para evitar los sesgos en las estimaciones de los desembarcos totales. También en este caso será necesario comprobar de vez en cuando que las capturas hechas por los pescadores en una misma zona, pero desembarcadas en diferentes lugares, no difieren en su composición.

Sin embargo, sucede con frecuencia que no es posible efectuar regularmente los muestreos donde se realizan los mayores desembarcos. Entonces, la división del total en áreas, y la elección del tamaño de la muestra en cada área, se hará de la forma normal, pero con una modificación. Corrientemente, el tamaño más adecuado de la muestra depende de la cantidad y variabilidad en cada división; lo cual será cierto siempre que el costo (en tiempo y trabajo) de la toma de muestras sea el mismo en todas las áreas. Si, por el contrario, el costo no es el mismo en todas las áreas, esto ha de tenerse en cuenta, y tomar más muestras donde sea más fácil y menos donde sean más costosas. En efecto, el tamaño óptimo de una muestra en un área será inversamente proporcional al costo de la muestra unidad en aquella área. En términos matemáticos, el tamaño óptimo de la muestra n en una división determinada vendrá dado por

$$N s^2 \propto n \text{ (costos iguales en todas las divisiones)}$$

y

$$N s^2/C \propto n \text{ (costos variables)}$$

donde

C representa el costo de la muestra de tamaño unidad en la división

N representa los desembarcos totales en la división

s^2 representa la variancia dentro de la división

Al igual que antes, no es esencial obtener muestras de un tamaño preciso, pero sí lo es tener en cuenta el costo, y, asimismo, no realizar tampoco todo el muestreo en el lugar más cómodo.

La estratificación, o división, de acuerdo con el método de captura, es con frecuencia la más importante, tanto para el mejor conocimiento de la pesquería como para obtener las estimaciones más adecuadas. A menudo, el pescado capturado por artes distintos difiere mucho en el tamaño, y se hace necesaria la división. Si un arte puede tomar un margen más amplio de tallas que otro, requerirá también un muestreo más intensivo.

Ejemplo 3.2.4.4

Los porcentajes de la composición de longitudes del bacalao desembarcado en Grimsby en 1957, capturado por arrastreros y con artes de cerco daneses, fueron respectivamente:

Longitud (cm)	30-39	40-49	50-59	60-69	70-79	80-89	90-99	100-109	110+
Arrastre	26,3	38,8	19,0	7,9	3,7	1,9	1,7	0,6	0,1
Cerco	0,6	13,3	16,0	8,3	6,8	15,0	28,0	10,5	1,5

Los arrastreros desembarcaron en total 4.500 toneladas y los de cerco 3.500 toneladas. Calcúlese la variancia de la longitud media del pescado capturado por cada tipo de arte, y estúdiense la distribución del esfuerzo de muestreo entre los dos artes:

Arrastre: media = 49 cm variancia = 194 cm²

Cerco: media = 78 cm variancia = 440 cm²

De acuerdo con las variancias y pesos desembarcados, la cantidad de muestreo para obtener la mejor estimación de la longitud media que en conjunto proporcionan los dos artes, será dada por la relación entre los productos 45×194 : 35×440 , es decir, aproximadamente 1:1,7.

En el caso de que se hubiesen tomado como muestra 1.500 peces pesando 1,9 toneladas de las capturas de los arrastreros, y 500 peces pesando 2,2 toneladas de los de cerco (muestras que están en la relación $1,9:2,2 = 1:1,2$, relación próxima a la que proporciona la mejor distribución, aunque indica que deberían someterse más a

muestreo las capturas con cerco), calcúlese el número total de las longitudes bajo muestreo del arrastre y del cerco, y, de aquí, mediante el uso del factor elevador, el número total desembarcado de cada grupo de 10 cm.

La estratificación proporciona las mayores ventajas cuando la pesca se clasifica en categorías de tamaños. En el caso extremo, en el que esta clasificación sea detallada y cuidadosa, casi bastará conocer la cantidad de cada categoría para estimar la composición de los desembarcos. Sin embargo, las ventajas de la clasificación del pescado en categorías de tamaños subsisten siempre que exista una división del total de desembarcos en clases que difieran marcadamente en la composición de tallas, aunque esta división no sea muy precisa. En tanto los desembarcos totales puedan ser divididos en, por ejemplo, dos categorías, grandes y pequeñas, será ventajosa la estratificación en el muestreo, ya que siempre habrá una mayor variancia, y probablemente mucho mayor, entre las composiciones de tallas de las dos categorías que dentro de cada una de ellas.

Desde luego, se ha de realizar el muestreo por separado de cada categoría desembarcada por un barco, pero el caso es diferente cuando se trata de estimar la composición de los desembarcos totales, en que tanto se pueden tener en cuenta como no las categorías. Los dos procedimientos pueden ilustrarse con un ejemplo.

Ejemplo 3.2.4.5

El lenguado que se desembarca en Lowestoft normalmente suele estar clasificado en cuatro categorías, grande, mediana, pequeña y escuálida, esta última la de peor calidad y menor valor comercial. Durante un cierto período, las cantidades totales desembarcadas fueron: grande, 4.500 kg; mediana 9.000 kg; pequeña, 23.040 kg; escuálida 660 kg, con un total de 37.200 kg. Un determinado barco desembarcó 180, 600, 2.080, y 60 kg de cada categoría, de los cuales se midieron 60, 30, 18 y 60 kg, obteniéndose la siguiente composición de longitudes:

Grupo de longitud (cm)	25-29	30-34	35-39	40-44	45-49	50 +	Total
Grande				16	33	15	64
Mediana		2	47	27			76
Pequeña	26	41	8				75
Escuálida			7	15	14	14	50

a) estílese el número de cada grupo de longitud y de cada categoría desembarcada por el barco sometido a muestreo;

b) estimése el número total desembarcado de cada grupo de longitud (*i*) elevando cada categoría separadamente hasta el desembarco total (estratificado), o (*ii*) elevando el desembarco total de todas las categorías del barco sometido a muestreo;

c) considérese la cantidad relativa bajo muestreo en cada categoría.

Grupo de longitud	25-29	30-34	35-39	40-44	45-49	50+	Total
Grande				48	99	45	192
Mediana		40	940	540			1 520
Pequeña	4 160	6 560	1 280				12 000
Escuálida			7	15	14	14	50
TOTAL	4 160	6 600	2 227	603	113	59	13 762

Los factores elevadores para las estimaciones de los desembarcos totales del barco sometido a muestreo son, para cada categoría, 3, 20, 160 y 1 respectivamente, que dan la estimación de la composición de tallas, y el total por la adición entre ellas.

Para estimar el total desembarcado por todos los barcos, usando los datos de la cantidad desembarcada de cada categoría, los factores elevadores serían 25, 15, 8 y 11 respectivamente.

Grupo de longitud	25-29	30-34	35-39	40-44	45-49	50 +	Total
Grande				1 200	2 475	1 125	4 800
Mediana		600	14 100	8 100			22 800
Pequeña	33 280	52 480	10 240				96 000
Escuálida			77	165	154	154	550
TOTAL	33 280	53 080	24 417	9 465	2 629	1 279	124 150

También se puede estimar elevando el total de tallas del barco bajo muestra por el factor $6.200/620 = 10$, dando las siguientes estimaciones

Total: 41.600 66.000 22.270 6.030 1.130 590 137.620

Con la segunda estimación se tienen más peces pequeños (menores de 35 cm) y menos grandes (en algunos tamaños muchos menos). Esto se debe a que en el barco sometido a muestra había relativamente más peces pequeños que en el resto de la flota, aunque no se debe dar ninguna estimación como definitivamente exacta (o equivocada). La primera, que tiene en cuenta la cantidad de cada categoría

desembarcada por todos los barcos, utiliza alguna información sobre las tallas del pescado desembarcado por los barcos que no fueron sometidos a muestreo y, por lo tanto, ha de acercarse más a los valores verdaderos que los de la segunda estimación.

3.2.5 Tamaño de la muestra

[Ejemplo 3.2.5.1](#)

En general, la unidad de muestreo suele ser la captura (o más corrientemente el desembarco) de un barco o una unidad de arte. El tamaño de la muestra dependerá de si se miden muchos peces de un barco, o pocos de varios barcos. A veces, las circunstancias impiden hacer tantas mediciones como se desearía, como es el caso cuando se hace el muestreo en una lonja o mercado y se dispone de poco tiempo porque el pescado se vende o retira inmediatamente. Así resulta que, para obtener un buen muestreo en la lonja - y, por tanto, unas buenas estimaciones del pescado desembarcado, y del que hay en el mar - tan necesario como un buen sistema de muestreo es que el hombre o personas encargadas de las mediciones sepan operar en condiciones difíciles y mantener relaciones amistosas con el personal del ambiente pesquero.

La elección del tamaño de la muestra dependerá de las variancias entre y dentro de las unidades (barcos, etc.), y del tiempo necesario para medir los peces e ir de un barco a otro. La variancia entre los barcos ordinariamente es mayor que la variancia dentro de los barcos, sobre todo cuando el pescado desembarcado por un determinado barco procede de la misma área, o ha sido capturado en la misma calada (por ejemplo, de un arte de cerco). El traslado de un barco a otro para la toma de muestras suele ser fácil cuando los desembarcos de las capturas se hacen al mismo tiempo, por ejemplo, poco antes de la subasta de la mañana, en cuyas condiciones lo mejor será tomar muchas muestras y pequeñas. En otros sitios, los desembarcos pueden tener lugar a intervalos durante el día, de modo que puede ser que no esté disponible para muestreo un segundo barco hasta después de haber terminado de medir los peces del primero, en cuyo caso lo mejor será tomar pocas muestras y grandes.

En el Ejemplo 2.4.3 se examinaron con detalle una serie de mediciones de arenques, y se llegó a la conclusión de que, de acuerdo con una cierta cantidad de tiempo disponible, lo mejor era tomar muestras de 17 ejemplares, para estimar con la mínima variancia la longitud media de los mismos. Antes de seguir con este análisis, o análisis semejantes en otras situaciones, sobre cuál es el tamaño de muestra más adecuado, conviene hacer notar dos puntos. El primero, y más importante, es que con muestras muy pequeñas

el problema de elección al azar de los ejemplares se hace crítico (véase el Ejemplo 3.2.2). En el caso de que la pesca se desembarque en cajas o cestas, como suele ocurrir frecuentemente, lo mejor es tomar una o varias cajas completas como muestra, a no ser que exceda demasiado del tamaño óptimo de muestra. En este último caso, se medirán suficientes peces para que no haya sesgos, por ejemplo, la mitad de la caja, tomando todo el pescado de un lado. En segundo lugar, la longitud de los peces puede ser utilizada e interpretada para varios fines, y el mejor tamaño de muestra para estimar la longitud media no ha de serlo forzosamente también para estimar otras cantidades, por ejemplo, la proporción de peces mayores de una talla, o, en combinación con una cierta cantidad de datos de edad, la mortalidad. Sin embargo, el tamaño óptimo de la muestra tampoco suele ser muy diferente para unos fines u otros, y como la longitud media y su variancia son las cantidades más fáciles de calcular, éstas pueden ser una buena guía.

Ejemplo 3.2.5.1

En cierta lonja se tarda medio minuto en medir cada tiburón; los barcos desembarcan las capturas casi a la vez, de modo que se tarda sólo un minuto desde que se mide la captura de uno hasta que se empieza la del siguiente. Suponiendo que la relación de variancias entre y dentro de los barcos es la misma que en el Ejemplo 2.4.1, dígase cuál es el tamaño óptimo de la muestra (3 peces).

¿Cuáles serían los tamaños óptimos de las muestras en ambos ejemplos si los desembarcos fueran poco frecuentes, de modo que el muestreo del desembarco de un barco requiriera una visita especial a la lonja que durase aproximadamente una hora (60 peces, 20 peces)?

Hasta este momento la elección del tamaño de la muestra se ha considerado en el caso que la pesca desembarcada por cada barco fuese esencialmente homogénea. Si la pesca desembarcada se compone de dos o más categorías, basadas en el tamaño o en la condición de los peces, entonces se requieren algunas ligeras modificaciones.

Si la catalogación de la pesca es siempre igual, sin que haya diferencias entre unos desembarcos y otros, cada categoría deberá ser tratada independientemente. Cada categoría requerirá un tamaño óptimo de muestra, y la división del esfuerzo total de muestreo se hará de acuerdo con los criterios corrientes en el muestreo estratificado, es decir, tomando mayor número de muestras en los estratos más numerosos y variables. Normalmente, esto significa que el número óptimo de muestras será distinto para cada categoría, pero, mientras no haya una verdadera necesidad de hacer esto, es más conveniente para el muestreo de todas las categorías de un desembarco tomar el mismo número de muestras de cada categoría. Esto significará que para aquellas categorías de las que se hubiera tomado un número de muestras superior al promedio, se incremente el número de ejemplares por muestra (por ejemplo, tomando dos cajas, en

vez de una, en la categoría de los peces grandes). Conviene insistir en que, si el tamaño óptimo de la muestra resulta pequeño, no significa que no sea deseable un mayor muestreo, sino que la mejor manera de utilizar el esfuerzo de muestreo consiste en aumentar el número de muestras.

3.2.6 Factores elevadores

[Ejemplo 3.2.6.1](#)

En varias secciones anteriores se ha hecho mención del uso de los factores elevadores. De una forma u otra, constituyen un paso vital en la combinación de los datos del muestreo con los de la población que se quiere examinar y que a menudo pasan fácilmente desapercibidos. Salvo en un sistema muy simple de muestreo, la distribución de longitudes de los peces medidos puede ser diferente, y a veces demasiado, de la que constituye la «población» bajo muestreo, que puede ser la que forman todos los peces desembarcados durante todo un año, o también la de todos aquellos que alcanzan, en el área donde se pesca, una talla determinada. Cuando se toma más de una muestra, dando cada cual una estimación de la distribución de tallas de la población, y han de combinarse, la estimación obtenida dependerá tanto de los factores elevadores, o ponderadores, como de las mismas distribuciones en las muestras. Un caso extremo es cuando los peces se clasifican en varias categorías perfectamente definidas por las tallas. En este caso, la información más importante para conocer la distribución de tallas de los peces desembarcados la constituye el registro de las cantidades desembarcadas de cada categoría. Puede ser necesario usar más de una serie de factores elevadores, y que después de cada serie haya que sumar los individuos de las muestras o grupos de muestras elevadas; tal serie de operaciones podría ser así:

1. Medida de los peces contenidos en una caja, de un barco, de un lugar de desembarcos, en un mes determinados.
2. Elevación de la muestra según la captura del barco (esto es, multiplicando por un factor igual al número de cajas desembarcadas).
3. Suma de los resultados de todos los desembarcos bajo muestra tomados en aquel lugar y en aquel mes.
4. Elevación de estos desembarcos a los desembarcos totales en aquel lugar y mes (o sea, multiplicando por un factor igual a la relación de los desembarcos totales por

aquéllos bajo muestra).

5. Suma de todas las estimaciones en los lugares de desembarcos donde se tomaron muestras.
6. Elevación de las estimaciones anteriores al total de desembarcos en todos los lugares en ese mes (multiplicando por la relación entre el total de desembarcos y los desembarcos en los lugares bajo muestra).
7. Suma de las estimaciones de todos los meses, para dar la distribución de los desembarcos anuales.

Se pueden realizar otras operaciones adicionales. Quizá se tomaron las muestras un mes sí y otro no; en este caso, para obtener la estimación de la composición de los desembarcos anuales habría que multiplicar las frecuencias de los meses sometidos a muestreo por la relación entre la captura total anual y la de los meses muestra, que sería el factor elevador. Por otra parte, es posible que no se pudiera efectuar el muestreo nada más que de una parte de la caja, en cuyo caso sería preciso elevar las frecuencias de la muestra al total de la caja.

Ejemplo 3.2.6.1

Durante diciembre de 1945 y enero de 1946, fueron medidas unas muestras de *Tilapia* capturadas con una red de cerco en el lago Nyasa. Los resultados (datos adaptados de Lowe, 1952) fueron los siguientes:

Mes	Longitud del cuerpo (cm)																						Total
	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	
Dic.					1			3	4	8	10	28	25	40	34	32	18	4	1	1			209
Dic.							1	1	2	2	1	1	10	10	14	28	23	12	4	7	4	5	131
Dic.					2	2	2	4	3	6	4	25	28	24	26	22	11	5					164
Enero		1	3	4	1	3	6	6	8	15	15	22	30	25	27	20	18	9	4		1		218
Enero					1		3	6	6	8	6	14	23	19	19	23	10	8	2	2			150

Las dos primeras muestras consistieron en la captura completa de una calada; la tercera y la quinta, en la mitad de la calada, y la cuarta en un tercio de la calada.

1. Donde sea necesario, elévese la muestra para obtener la captura total de la calada bajo muestra.

2. Considerando cada mes por separado, elévense las capturas bajo muestra para obtener la captura total de cada talla durante el mes, y totalícese para los dos meses, dando 118.000 en diciembre y 120.000 en enero, respectivamente. [Nota: factor elevador para diciembre = $118.000/(209 + 131 + 328)$.]

3. Calcúlese la variancia de la longitud media dentro y entre las caladas de diciembre.

La gran variancia entre las caladas sugiere que el mejor sistema de muestreo sería el de muchas muestras y poco numerosas, y que, por lo tanto, las muestras tomadas (150-200 peces) son demasiado grandes. Sin embargo, hay que aclarar que la técnica de muestreo empleada fue la de enviar observadores que midieran los peces en los mismos barcos de pesca, tras la calada (que es el mejor sistema para evitar los sesgos que se producen por las manipulaciones para la venta). Esto quiere decir que, después de medir los peces de una calada, no había oportunidad de medir otros hasta pasado mucho tiempo, de modo que, en realidad, nada se ganaría reduciendo el tamaño de las muestras, aunque, desde luego, siempre existe la posibilidad de que los observadores pudieran dedicarse a otras operaciones, tales como medir peces de otra especie, realizar observaciones sobre madurez, alimentación, etc.

En el ejemplo anterior fueron empleados dos factores elevadores; el segundo de ellos, que transformaba las frecuencias de las muestras de un mes en las de las capturas totales en ese mes, está basado en las estadísticas normales de capturas, que seguramente se habrían realizado mediante otro programa de muestreo independiente. El primer factor, el que transformaba las frecuencias de la muestra en las del total de la calada (empleado en las tres últimas muestras), requiere una información que sólo puede obtenerse en el momento del muestreo. Solamente si en el momento de realizar el muestreo se toma nota de que la muestra consiste en toda, la mitad, la tercera parte, etc., de la captura de la cual procede, pueden combinarse las muestras con sus propios factores ponderadores para dar la mejor estimación de la composición de la captura total. Esta información en el momento del muestreo es una necesidad en casi todos los trabajos de este tipo para poder usar correctamente los factores elevadores. Los datos que se requieren son la cantidad de la muestra y la de la captura de la cual procede la muestra. A veces sólo se mide una parte de los peces de una caja (porque una completa sería demasiado), y entonces lo mejor es contar los que han quedado sin medir, para calcular correctamente el factor elevador. Por ejemplo, un barco desembarca 18 cajas de plegonero, de una de ellas se miden 100 peces y el resto (125) se cuentan. El factor elevador del pescado contenido en una caja será

$$18 \times (225/100) = 40,5$$

Cuando se efectúa un muestreo regular, se puede abreviar mucho el trabajo por una disposición conveniente de las computaciones. Supongamos que las mediciones se han hecho en centímetros, pero que, al final, los datos serán agrupados, por ejemplo, cada

3 cm; entonces el trabajo se simplifica iniciando cuanto antes este agrupamiento, de modo que se reducirá el número de grupos de talla que hayan de ser empleados en las computaciones. Así, los datos del Ejemplo 3.2.6.1 se pueden agrupar cada 2 cm, resultando como sigue:

Muestra	Grupos de longitud											Total	Factor elevador
	12-	14-	16-	18-	20-	22-	24-	26-	28-	30-	32-		
1			1	3	12	38	65	66	22	2		209	1
2				2	4	8	20	42	35	11	9	131	1
3			4	6	9	29	52	48	16			164	2
4	1	7	4	12	23	37	55	47	27	4	1	218	3
5			1	9	14	20	42	42	18	4		150	2
TOTAL	3	21	23	71	131	255	438	429	206	33	12	1 622	

Los factores elevadores correspondientes se indican al final de cada línea, de modo que (si se toman en conjunto las muestras de ambos meses) el número estimado de peces en cada grupo de talla que se ha capturado en las caladas bajo muestreo será igual a la suma de los productos de dos columnas - que es un procedimiento muy cómodo para operar con la mayor parte de las máquinas calculadoras.

3.3 Muestreo indirecto

[Ejemplo 3.3.1](#)

[Ejemplo 3.3.2](#)

[Ejemplo 3.3.3](#)

Los biólogos pesqueros no están sólo interesados en conocer la longitud de los peces, sino también en aspectos tales como la edad, madurez, sexo, caracteres merísticos, etc. El muestreo directo para el estudio de estas características se rige por las mismas consideraciones que el de la talla, pero, como llevan más tiempo que la simple medición de la longitud, suelen ser muy difíciles de determinar en el mismo lugar del desembarco, y es preferible llevar las muestras al laboratorio. Existen algunas excepciones: por ejemplo, la determinación del sexo en ciertas especies (como el lenguado), puede hacerse simultáneamente con la colocación del pez en el

ictiómetro, siempre que exista buena luz. En este caso, y si el estadillo ya está preparado para anotar la longitud de los peces según el sexo, se tarda tanto simplemente en medirlos como en hacer esta operación y determinar el sexo. En algunas especies, como las gallinetas, el lenguado, etc., el crecimiento es tan diferente en los machos y en las hembras que es mejor tratar cada sexo como si fueran especies diferentes, computando por separado los datos sobre la talla, edad, madurez, etc. Exactamente se da el caso contrario en los mares tropicales, donde suele haber especies sumamente parecidas, de tal manera que se hace preciso tratarlas conjuntamente en las mediciones en los lugares de desembarco, llevando luego muestras al laboratorio para estudiar con detalle la composición específica.

Cuando se realiza directamente un muestreo para conocer la composición de edades, se han de seguir los mismos principios que en el caso de la talla. Para evitar los sesgos, lo mejor es realizar la toma de muestras tan pronto como sea posible después de la captura, antes de que comiencen las manipulaciones de comercialización (si esto no es posible, por lo menos someter a muestreo todas las categorías comerciales, procurando hacer luego las correcciones con los adecuados factores ponderadores). La variancia será reducida si se toman tamaños de muestras adecuados, aunque, al llevar más tiempo estas observaciones, y por tanto el empleado en el total de la muestra, éstas no tendrán por qué ser tan grandes. Asimismo, la variancia quedará reducida si se escogen estratificaciones adecuadas.

En la práctica, para evitar sesgos que pasan desapercibidos, será mejor tomar muestras considerablemente mayores de las que proporcionaría una variancia mínima. Así, la muestra más pequeña libre de sesgos será probablemente una caja o una cesta (o media caja, si se ha tenido buen cuidado en tomar todos los peces de un costado) y, si los peces no se desembarcan en recipientes, bien pudiera ser una muestra de 100 peces. Ordinariamente, esta muestra es grande, aunque no demasiado para la mejor eficiencia del muestreo rápido, tal como la medición de la talla, pero reportaría cierta ineficiencia (en el sentido de aumentar la variancia) en operaciones más lentas, como el muestreo de la edad. Sin embargo, merece la pena operar con una tal ineficiencia si se asegura no introducir un sesgo, que no pueda luego corregirse y destruya, por tanto, la validez de la mayor parte de los resultados.

El muestreo de la longitud es, ante todo, una operación muy rápida, que ordinariamente puede hacerse en el mar, o en las lonjas de subasta durante las operaciones normales comerciales, pudiéndose devolver los peces medidos para su venta. Por el contrario, otros tipos de observaciones no sólo llevan más tiempo, sino que, con frecuencia, exigen que se hagan mutilaciones en los peces, por lo que suele ser necesario llevar las muestras a los centros de investigación. Siempre es preferible obtener directamente las muestras de los pescadores que no comprarlas en los mercados o las lonjas; lo mejor sería separar la muestra a bordo durante la operación de pesca, separándose tantas muestras como, por ejemplo, áreas de pesca haya pasado

el arrastrero en una salida. Tales muestras de un lugar y momento determinados suponen una gran mejora comparadas con las que se toman en el momento del desembarco de peces, que posiblemente han sido capturados en diferentes lugares. Sin embargo, requiere una completa seguridad de que los pescadores hayan anotado fielmente los datos de la calada, y, sobre todo, que hayan sabido tomar las muestras sin ningún sesgo. En una sección anterior (3.1) ya se hizo mención sobre la dificultad de tomar muestras relativamente pequeñas en la cubierta de un barco sin que resultasen sesgadas, aunque no haya habido una selección consciente. Por otra parte, siempre existe el riesgo, especialmente en los momentos en que el pescado esté caro o escaso, de que los pescadores tiendan a poner los peces de peor calidad, o más baratos, en la muestra para el personal científico.

Como consecuencia de tantos inconvenientes y riesgos de sesgos difíciles de encontrar, casi siempre lo mejor es efectuar el muestreo en los lugares de desembarco, donde se puede controlar todo el proceso del muestreo. Una solución sería, desde luego, enviar un observador para tomar a bordo las muestras, como ya se ha comentado anteriormente, a propósito de la determinación de las cantidades devueltas al mar (sección 3.1.4), y significaría pérdida de tiempo, a no ser que el observador recoja un número mayor de informaciones, de manera que el tiempo empleado para cada una sea mínimo, pero en total quede ocupado útilmente.

El procedimiento normal para estudiar la edad, madurez, etc., consiste, por tanto, en utilizar muestras moderadas - de unos 100 peces - que se adquieren en las lonjas de subasta y se llevan al laboratorio; para evitar sesgos, lo mejor es que se encargue a una persona del laboratorio de ir a la lonja y comprar la muestra, y, mejor aún, que la caja de la cual se toma la muestra haya sido elegida al azar y no entregada por el personal de la lonja. Todo esto supone una gran pérdida de tiempo y dinero, por lo que es conveniente realizar más de un tipo de observaciones sobre los peces. Así, en el programa de muestreo del arenque inglés, además de numerosas mediciones en la lonja, se lleva una serie de muestras al laboratorio, de unos 100 peces, cada uno de los cuales se mide y pesa, se le quitan las escamas para la determinación de la edad, se observa la madurez y se cuentan las vértebras.

Muchas de las características consideradas, tales como peso, edad, madurez, etc., están estrechamente relacionadas con la longitud. Un procedimiento muy cómodo de estudiar su distribución en las capturas consiste en aplicar primero un muestreo extenso para conocer con precisión la distribución de las tallas, y luego, mediante un número relativamente pequeño de muestras, establecer la relación entre la talla y el carácter considerado, por ejemplo, la edad. De este modo la frecuencia de individuos que se ha estimado para el grupo de tallas se reparte proporcionalmente entre los porcentajes de edades, deducidos al estudiar la composición de edades de ese grupo de tallas por medio de las muestras especiales. Esencialmente, cada grupo de tallas se trata por separado.

Ejemplo 3.3.1

(adaptado de Fridriksson, 1934)

Se midieron 100 bacalaos entre 50 y 100 cm, y se usaron sus otolitos para la determinación de la edad. Los peces de menos de 9 años y los de más de 11 años se reunieron en dos grupos. Los resultados se dan en el cuadro siguiente:

Talla (cm)	Edad (años)					Total
	- 8	9	10	11	12 +	
50-	3	1				4
60-	3	10				13
70-	7	32	1	7		47
80-	1	8	3	6		18
90-		3	3	5	2	13
100-				1	1	2
TOTAL	14	54	7	19	3	97

Una serie separada de mediciones de longitudes dieron estimaciones del total (en decenas de millares) del pescado desembarcado en cada grupo de 10 cm, que figura en la segunda columna del cuadro siguiente:

Talla (cm)	Total desembarcado	Estimación del número desembarcado de cada edad				
		-8	9	10	11	12+
50-	91	68	23			
60-	79	21	59			
70-	168	25	114	3	25	
80-	93	6	40	17	30	
90-	45		14	11	15	5
100-	21				10	11
TOTAL	497	120	250	31	80	16

Las cantidades de cada edad y tamaño desembarcadas han sido estimadas, e incluidas en este segundo cuadro, dividiendo cada cantidad de la segunda columna en las proporciones de los grupos de edad de la correspondiente línea del primer cuadro. Así, en la muestra para la edad, el 25 por ciento de los peces de 50-60 cm tenían 9 años. Por tanto,

el 25 por ciento de los peces del grupo de 50 cm = $0,25 \times 91 = 22,75$ decenas de millares de peces de 9 años. Los demás datos que aparecen en el cuadro se obtienen de manera similar (aquí están redondeados), y, sumando las columnas, se tendrán las estimaciones del número total de cada edad. Los cálculos se facilitan utilizando un simple factor elevador para cada grupo de longitudes igual al número de peces desembarcado, dividido por los peces de ese grupo en la muestra para la edad, y multiplicando por los peces a cada edad y grupo de la muestra de edad. Así, el factor elevador (en decenas de millares) para el grupo de 50 cm será $91/4 = 22,75$, y el número de peces de 8 años y más jóvenes será igual a $3 \times 22,75 = 68$ (redondeando a las decenas de millar más próximas).

Cuando se realizan estimaciones de la composición de longitudes, las ventajas de este método son grandes, puesto que disminuyen las ocasiones de sesgos y se reduce la variancia en las estimaciones de la edad. Suponiendo que las estimaciones de la composición de longitudes no estén sesgadas, resulta difícil imaginar cómo puede introducirse un sesgo al tomar peces de un cierto grupo de longitudes, de modo que haya una tendencia a seleccionar los de una determinada edad. Se puede producir un sesgo si entre los peces de un determinado grupo de longitudes, seleccionados para el estudio de la edad, algunos de ellos tienen que rechazarse o inutilizarse porque sus escamas u otolitos son de difícil interpretación para saber la edad. Es muy probable que la mayor parte de los rechazados pertenezcan a los peces de más edad dentro de ese grupo y puedan, por tanto, ser subestimados en su abundancia. Lo mismo puede decirse de otras características que se relacionen con la longitud, a no ser que haya ciertas diferencias externas, como podría ser el caso entre los peces maduros e inmaduros de una determinada talla.

En el Ejemplo 3.3.1, el número de peces de cada grupo de longitud cuya edad se determinó era aproximadamente proporcional al número de peces desembarcados en cada grupo de tallas. Esto no es siempre necesario, tanto es así que los números tomados como muestra para cada talla pueden elegirse de acuerdo con otros criterios. Así, por ejemplo, lo normal es que se capture más cantidad de peces pequeños que grandes y, sin embargo, tan necesario es disponer de una cantidad adecuada de peces para determinar la edad de unos como de otros; es más, generalmente, en las tallas grandes la composición de edades es más complicada, de modo que para tener de todos los grupos de longitudes una precisión parecida será necesario hacer más muestreos con los peces más grandes.

La variancia en la estimación del número de peces de cada edad, obtenida con el empleo de tablas longitud-edad, como se ha hecho en los cuadros anteriores, vendrá dada por una distribución multinomial. Así, si en un cierto grupo de longitudes

N = número de peces en los desembarcos

n = número de peces tomados como muestra para la edad

np_i = número de peces en la muestra de edad i

N_i = número estimado de peces de edad i en los desembarcos de una determinada talla

de modo que $N_i = np_i$

variancia de $np_i = np_i(1 - p_i)$

variancia de $N_i = \frac{N^2}{n} p_i(1 - p_i)$

y el coeficiente de variación de $N_i = \sqrt{\frac{(1 - p_i)}{np_i}}$

La variancia estimada del número total de peces de cierta edad desembarcados y pertenecientes a todas las tallas se obtendrá por una simple adición (se pueden sumar las variancias en los distintos grupos de longitudes porque en cada uno de ellos las distribuciones calculadas por el muestreo son completamente independientes). La expresión anterior para la variancia supone que N , el número de peces de un determinado grupo de longitudes desembarcados, se conoce con precisión. En la práctica, tendrá que estimarse también por algún procedimiento de muestreo. Así pues, habrá que incluir un término adicional, de modo que la estimación apropiada de la variancia de N_i es

$$\text{Var}N_i = N^2 \frac{1}{n} p_i(1 - p_i) + p_i^2 \text{var}N$$

Lo más probable es que el primer término sea el mayor, y en ningún caso la presencia de un término adicional debido a la variancia de N disminuye la conveniencia que el primer término sea lo más pequeño posible. Como puede verse, la parte de la variancia debida a la estimación de p_i será, como es normal, inversamente proporcional a n ,

el número de peces en la muestra, así que se incrementará la precisión aumentando el muestreo. Sin embargo, ésta también será mayor si p_i es grande; y si p_i se acerca a

la unidad, la variancia tenderá a cero, esto es, si casi todos los peces de un grupo de longitudes tienen la misma edad, el número de peces de todas las edades se conocerá con gran precisión.

En el empleo de las tablas longitud-edad se han de tomar esencialmente tres determinaciones:

- a) cómo habrá que dividir el conjunto de la distribución de longitudes entre los grupos de tallas;
- b) cómo habrá que dividir el año; por ejemplo, si bastará con una sola tabla para todo el año, o una para cada mes o trimestre;
- c) cuántos peces se habrán de tomar como muestra en cada grupo de longitudes.

Al elegir los grupos de longitudes y las estaciones, que es un ejemplo más de elección de estratos en un muestreo estratificado, normalmente es de desear que estos estratos sean lo suficientemente pequeños como para que no existan diferencias (en este caso, en la proporción de edades) en las distribuciones de las posibles subdivisiones que se pudieran hacer en cada estrato. Es también de desear la disminución de la variancia haciendo p_i lo más grande posible, para lo cual se pueden dividir los grupos de tallas de

tal manera que vengan a corresponderse con los grupos de edades, lo que por lo menos es fácil de hacer en las tallas menores, cuando el crecimiento es rápido y se perciben con claridad las modas de las tallas correspondientes a cada edad. Un ejemplo se da en la siguiente tabla de longitud-edad, por trimestres, para el bacalao pequeño capturado en el Mar del Norte en 1960, según el número de peces de cada edad en las muestras:

Grupo de talla	30-39				40-49				50-59				60-69				70-79			
Trimestre	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
1 año			12	56			1	23			1									
2 años	36	26	36	8	62	51	73	50	15	41	54	63		2	13	43				
3 años	1	4			4	1	3	2	18	9	6	2	19	21	25	17	4	28	27	30
4 años									2				1	3		11	20	7	7	6
5 años													1	1			9			
TOTAL	37	30	48	64	66	52	77	75	35	50	61	65	21	27	38	71	33	35	34	36

Como puede verse, los dos grupos más pequeños muestran grandes cambios durante el año, de modo que una tabla única anual sería insuficiente. Sin embargo, las diferencias entre trimestres sucesivos, excepto para las tallas menores, no son muy acusadas, de modo que puede suponerse que los cambios de mes a mes serán menores. Así pues, puede admitirse que los trimestres constituirán una división suficientemente sutil del año, y que incluso las tablas longitud-edad semestrales podrían ser satisfactoriamente razonables. Los peces grandes de 70-79 cm y, con más motivo, los de tallas mayores, que no aparecen en la tabla, presentan pequeños cambios estacionales. Por esta razón, para éstos resulta suficiente una tabla longitud-edad anual. No hay ninguna razón para que no se puedan usar tablas de diferentes períodos para los distintos grupos de longitudes,

pero, en la práctica, es preferible usar tablas de iguales períodos para todos los grupos de longitud; en el caso anterior, lo mejor sería utilizar tablas longitud-edad semestrales.

No existen cambios muy bruscos entre los grupos de longitud. Así, las proporciones de peces de tres años en el primer trimestre en cada uno de los cinco grupos de longitudes son 0,03, (o sea $1/37$), 0,06, 0,51, 0,90 y 0,12, respectivamente. Esto indica que no debe haber grandes diferencias en la composición de edades entre los grupos de 5 cm, tal como 40-44 y 45-49, lo que se confirma con el análisis de los datos originales. Por lo tanto, los grupos de 10 cm son suficientemente pequeños. Sin embargo, las diferencias entre estos grupos son lo suficientemente grandes como para hacer pensar que la división en grupos más amplios, como 15 ó 20 cm, no daría estimaciones precisas.

Lo más probable es que el número óptimo de peces que deba tomarse como muestra en cada grupo de longitudes difiera grandemente de la proporción en que aparecen estos grupos de longitudes en el conjunto de los desembarcos obtenidos en un muestreo al azar. Ordinariamente, los desembarcos están constituidos por una mayoría de peces pequeños. El número de peces de cada edad representados en estos grupos podrá conocerse con gran precisión, mientras que las estimaciones del número de individuos de las edades mayores tendrán una considerable variancia. En muchos estudios, es conveniente que las estimaciones del número de peces en cada edad vengan a tener una precisión parecida, por lo menos para las edades más importantes. Por ejemplo, si la mortalidad se estima como la relación entre el número de peces de 4 y 5 años, aunque conozcamos con mucha precisión el número de los de 4 años, servirá de poco si en cambio el número de peces de 5 años se estima con gran imprecisión. Un sistema razonable de muestreo para el análisis de la edad consistiría, por tanto, en tomar un número igual de cada grupo de longitudes. En efecto, en las edades más jóvenes las estimaciones no sólo pueden ser más precisas, sino que también, al menos para los peces que tienen un crecimiento rápido y uniforme, los grupos de longitudes que se elijan pueden hacerse coincidir más o menos con los grupos de edades. En cambio, las tallas mayores contendrán peces de varias edades.

Ejemplo 3.3.2

Teniendo en cuenta los datos longitud-edad para el bacalao dados en el cuadro anterior, y que los miles de peces desembarcados en cada trimestre se estimaron como sigue:

Trimestre	1	2	3	4
30-39	202	275	160	270
40-49	327	675	488	508

50-59	107	200	394	673
60-69	109	116	205	329
70-79	43	70	139	104

estímese el número de peces de cada edad, de 1 a 5, menores de 80 cm, desembarcados en cada trimestre, y durante todo el año. Estímese también el total anual usando una tabla única de longitud-edad para todo el año.

Suponiendo que las cantidades desembarcadas de cada talla se conocen con precisión, calcúlense las variancias de las estimaciones del número de cada edad, empleando las tablas longitud-edad trimestrales y la tabla anual.

Datos de varias fuentes

Las tablas longitud-edad (o de longitud-madurez, etc.), además de su utilidad para mejorar la eficiencia del muestreo en una pesquería simple, resultan de un valor inapreciable cuando se trata de una pesquería mixta, donde la misma población esté explotada por varias clases de artes, o por flotas de diferentes puertos o países. Aunque dos flotas puedan parecer similares, es muy improbable que sus capturas tengan la misma composición de longitudes, sexos, edad, etc. Estas diferencias surgen por efecto de las diversas propiedades selectivas de los artes, pero más a menudo porque generalmente las dos flotas no pescan por igual en las mismas áreas. Cualquiera que sea la causa de estas diferencias, es evidente que no se pueden tomar las capturas de un tipo de arte, o flota de un puerto o país, como representativas de los otros artes, puertos o países. Las diferencias entre las capturas residen esencialmente en la composición de longitudes, y la relación entre la talla y la edad, por ejemplo, no queda afectada - esto es, al igual que cualquier selección realizada por un técnico en el muestreo de pescado desembarcado se relaciona con la longitud, y no con la edad de pescado de determinada longitud, lo mismo sucede con los artes según la talla del pescado, y no se podrá discriminar entre, por ejemplo, los peces de 2 y 3 años de 30 cm. Existen, no obstante, excepciones; la selectividad de los artes, en el sentido más estricto, no tiene por qué relacionarse con la edad, para una longitud dada, pero dos barcos pueden pescar en áreas con peces de diferente composición de tallas, y con diferentes ritmos de crecimiento.

Si existen dos áreas con una evidente diferencia entre los ritmos de crecimiento de sus peces, esto indica que su mezcla no puede ser muy rápida, y lo mejor es tratarlos separadamente, no sólo en el muestreo, sino también en los análisis subsiguientes.

Como regla general, se puede decir que, para conocer la composición de longitudes de las capturas, debe establecerse un muestreo para cada clase de arte, barco, puerto y país, pero, para componer las tablas de relación entre la talla y la edad, sólo es

preciso efectuar el muestreo de una parte de la pesquería, y luego aplicarla a las composiciones de tallas de todos los desembarcos.

Ejemplo 3.3.3

Durante 1960, los pescadores con artes de trasmallo desembarcaron en Grimsby las siguientes cantidades (en millares) de bacalao de menos de 80 cm pescado en el Mar del Norte:

Trimestre	1	2	3	4
30-39	2	2	5	18
40-49	12	55	138	87
50-59	6	66	196	70
60-69	5	43	80	14
70-79	3	42	91	6

Usando la tabla longitud-edad, compuesta a partir de los desembarcos de los arrastreros, estímesese el número de peces de cada edad.

Lo mejor, desde luego, sería tomar muestras del mayor número de secciones (artes, puertos, barcos, etc.) de la pesquería para construir las tablas longitud-edad, que deberían ser únicas para aplicarlas ya sea al conjunto de desembarcos, o a los de cada sección en particular. Esencialmente, todo esto no es más que un problema de muestreo estratificado en el que cada grupo de longitudes debe ser considerado como una población independiente sobre la que hay que realizar estimaciones de la composición por edades. La estratificación, es decir, el tratar separadamente cada sección de los desembarcos, no representa una ventaja, porque se incrementará la variancia, a menos que el muestreo se haga precisamente en proporción a la cantidad en cada sección y un prorrateo tan exacto del muestreo es improbable que pueda hacerse.

Una tal recolección de datos sobre la edad, a la larga, puede ser de suma utilidad en una pesquería internacional. La determinación de la edad, o un trabajo similar, no sólo requiere mucho tiempo, sino un grado apreciable de destreza y experiencia. No todos los países que explotan una población de peces pueden estar en condiciones de recoger datos sobre la edad (por ejemplo, porque no disponen de suficiente personal), pero todos podrán establecer un muestreo de la composición de longitudes. De esta manera, pueden obtenerse los datos sobre edad para todo el conjunto de desembarcos, ya sea a través de un organismo internacional apropiado que disponga de todas las fuentes de datos sobre longitudes, y sobre longitud-edad disponibles, o nacionalmente, siempre que, cuando se disponga de datos sobre la edad, se publiquen

en forma de tablas de longitud-edad.





SECCIÓN 4. Muestreo de la población en el mar

[4.1 Problemas generales](#)

[4.2 Toma de datos con un barco de investigación](#)

[4.3 Las capturas comerciales como muestras de una población](#)

[4.4 Composición de la población](#)

4.1 Problemas generales

La sección anterior trataba del muestreo de un grupo claramente definido y fácil de observar - los peces capturados o desembarcados por una flota pesquera. El problema del muestreo podría tratarse de una manera relativamente directa, y teóricamente alcanzar una exactitud completa por medio de un muestreo de toda la captura, que es lo que a veces realmente se hace, como en el caso de las ballenas, donde todos los ejemplares se miden. Sin embargo, los que investigan están interesados en conocer la población natural donde se realizan las capturas, aunque no hay que olvidar que, aun cuando éstas no constituyan siempre una información importante sobre la composición de edades, longitudes, etc., de las poblaciones de las cuales proceden es de gran importancia, puesto que se restan de la población pesquera. Por ejemplo, la composición por edades de las capturas puede ser diferente de la de la población. Es por lo tanto difícil obtener un cálculo directo de la mortalidad sirviéndose de los datos de las capturas, pero las diferencias en la composición por edades entre la captura y la población dan a entender la mortalidad pesquera variable según la edad y por ello es importante conocer detalladamente cuántos peces de cada edad se capturan. Desde luego, las estimaciones de las poblaciones naturales de peces u otros organismos marinos constituyen una tarea más compleja, y muchos de sus aspectos escapan a los objetivos de este manual, pero existen muchas aplicaciones posibles en el empleo directo de las técnicas estadísticas y de muestreo. Muchas de estas aplicaciones no sólo son útiles en las estimaciones de poblaciones de peces comerciales, sino también en otros problemas pesqueros y oceanográficos, tales como las exploraciones de plancton. La primera etapa en un programa de muestreo, ya sea por medio de un barco de investigaciones, o analizando las capturas comerciales, se refiere al tipo de arte - para una gran parte, o para casi todos los que trabajan en las pesquerías, la clase de arte para el muestreo de las poblaciones naturales será el arte de pesca que ordinariamente usen los pescadores.

La mayor parte de los instrumentos, o casi todos, que se emplean para el muestreo de poblaciones marinas producen fuertes sesgos, y sólo dan en realidad muestras representativas de una pequeña proporción de las poblaciones. Por ejemplo, las redes planctónicas finas capturan pocos organismos activos y grandes, mientras que las mallas claras subestiman la presencia de los elementos planctónicos más pequeños. Así - mismo, a través de las mallas de un arte de arrastre escapan los peces más pequeños, mientras que los más grandes y nadadores más vigorosos lograrán escapar del trayecto que lleve el arte. El arte que se vaya a usar deberá escogerse cuidadosamente

de acuerdo con los organismos que se quieran estudiar, teniendo en cuenta que las estimaciones de otros organismos estarán casi con certidumbre sesgadas.

Se puede hacer una distinción entre los artes que realizan estimaciones absolutas de las cantidades, y otros que dan sólo valores relativos, o índices de abundancia. Así, por ejemplo, las capturas de huevos de peces con una red de Hensen, hechas con las debidas precauciones, pueden dar estimaciones del número de ellos debajo de cada metro cuadrado de superficie acuática, o por metro cúbico de agua. Las capturas de peces con un arte de arrastre no se pueden expresar con más precisión que mediante números por calada de duración uniforme; si este esfuerzo de captura por unidad es dos veces mayor en otro momento o en otro lugar, se puede suponer que el pescado será doblemente abundante; pero la escala absoluta de números, o números por el área de la unidad, no se conocen. El poder de muestreo de un arte de arrastre, trasmallo, etc, que es la cantidad que capturan de una densidad dada de peces, no es probable que sea igual para todas las especies; aparte de las formas más obvias de selección de un arte, determinadas en gran parte por la geometría del mismo - por ejemplo, el escape de peces pequeños a través de las mallas de los artes de arrastre o de cerco, o la selección de una red de enmalle, que están determinados por las circunferencias relativas de los peces y las mallas - el tipo de pez que se captura se debe en gran parte a los detalles de la forma precisa de aparejar el arte y al comportamiento de los peces.

Los efectos de la selección por las tallas de los peces, pero no los debidos al comportamiento de los mismos, pueden reducirse mediante el uso de mallas de diferentes dimensiones. Por ejemplo, en dos localidades de un lago de Africa se emplearon redes de enmalle con una serie adecuada de dimensiones de mallas. En la primera se capturaron 100 rapaces *Hydrocyon* y 50 herbívoros *Tilapia*; en la segunda, en el mismo tiempo de pesca, se capturaron 50 *Hydrocyon* y 150 *Tilapia*. Estos datos indican, sin tener en cuenta las posibles variaciones debidas a un muestreo al azar, que en la primera localidad había doble densidad de *Hydrocyon* que en la segunda, y en ésta triple de *Tilapia* que en la primera. Sin embargo, es difícil establecer comparaciones entre las densidades de las dos especies, debido a que la primera es una especie activa, por ser rapaz, y, por tanto, tiene más probabilidad de tropezar con una red de enmalle, por lo que sería preciso disponer de datos sobre la vulnerabilidad relativa de las dos especies para comparar las densidades de ambas.

Pueden darse formas similares de selección cuando se pesca en diferentes momentos una población de peces de una especie, que hace que aparezcan como cambios aparentes de la densidad. Así, se pueden producir cambios estacionales en las capturas, sin relación con las variaciones reales de la densidad de la población o, incluso en una escala más corta, como entre el día y la noche. Estas diferencias se deben tener en cuenta en la planificación correcta de un sistema de muestreo. De este modo, si es más fácil capturar los peces de día que de noche, al comparar las capturas de distintas áreas o años, se ha de tener cuidado de que la proporción de capturas durante el día sea igual entre los términos que se comparan, porque, si en un área se pesca con preferencia de día y en otra durante la noche, las capturas mostrarán una aparente mayor densidad en la primera en relación con la segunda. La proporción real no es importante - puede ocurrir que, si se trata de un barco de investigación, realice las capturas de día (proporción de pescas diurnas = 1) y ninguna de noche; mientras que la pesca efectuada por los barcos comerciales puede ser continua (proporción de pescas diurnas = 0,5). Los cambios estacionales pueden ser eliminados de la misma forma; es decir, la proporción de pesca en las diferentes estaciones ha de ser igual para áreas o años distintos. Esto no siempre es fácil de conseguir con un barco de investigación, dado que pueden surgir otras necesidades de trabajo, y la flota comercial puede cambiar su modo de operar estacional como consecuencia de un cambio en la abundancia de peces, en la demanda del mercado, etc. Por ejemplo, una población de peces que va declinando en abundancia, que se capturó durante todo el año, puede significar que es

provechoso pescar en la estación en que se consiguen las capturas más altas. Si comparamos las capturas por unidad de esfuerzo a lo largo de los años, sin un análisis de las estaciones en que se ejerce la pesca, el descenso real de la abundancia quedará subestimado con estos datos.

4.2 Toma de datos con un barco de investigación

Una vez que se han elegido los artes más apropiados, la mayor dificultad con que se tropieza al efectuar el muestreo de una población natural consiste en que generalmente tiene una distribución sumamente heterogénea. Las muestras de los organismos que los investigadores pesqueros suelen estudiar (peces, plancton, bentos, etc.), suelen ser muy diferentes unas de otras. Estas diferencias son marcadas y persistentes entre grandes áreas, o entre las estaciones, y con aparentes variaciones al azar en un momento y lugar dados. Así las capturas de lenguado, por término medio, son mucho mayores en la parte meridional y menos profunda del Mar del Norte que en la septentrional, y en cada región hay zonas bien conocidas por las buenas capturas. Sin embargo, una serie de caladas repetidas en una misma área y aparentemente en las mismas condiciones proporciona capturas que llegan a diferir el doble o más entre la mayor y la menor. Esta variancia, más bien grande, unida al elevado costo de cada muestra, hace que se deba cuidar que el sistema de muestreo sea lo más eficiente posible, es decir, dando la menor variancia para un costo dado. Como es normal, esto puede conseguirse, primero estableciendo una estratificación adecuada, por ejemplo, dividiendo las áreas en subáreas, de modo que se den en ellas condiciones aproximadamente uniformes, y, en segundo lugar, tomando todas las muestras que sea posible, si fuera necesario a base de reducir el tamaño de cada muestra.

El primer paso en la estratificación consistirá en la división en grandes áreas geográficas, en las cuales habrá una subdivisión lo más detallada posible. En el caso de los animales que viven en el fondo, un factor que hay que tener muy en cuenta es la profundidad, de modo que, si la estratificación se establece de acuerdo con este criterio, será muy probable que se mejore la exactitud. Se pueden establecer otras estratificaciones, ya sea antes de iniciar la toma de datos de acuerdo con la estructura ambiental, tal como los sistemas de corrientes, o durante la misma toma de datos y según vayan éstos apareciendo. Por ejemplo, mucha de la eficiencia posible debida a la estratificación del muestreo sólo se conseguirá si se hace una distribución apropiada del esfuerzo del muestreo, es decir, si se toman muchas muestras donde la variancia es mayor, que normalmente suele ser donde también es mayor la abundancia. De este modo, las primeras muestras de un plan de muestreo pueden ser utilizadas para diseñar de una manera aproximada la abundancia y distribución de los organismos que se estudian, programar las subáreas en que habrá que dividir el área explorada, y determinar en cuáles de ellas será necesario hacer más intenso el muestreo. Cuando se explora un área que contenga una sola serie de organismos, la forma más simple de proceder consiste en ir recorriendo una línea de estaciones hasta que se encuentre una, o dos, estaciones en las que falten estos organismos, con lo que se podrá presumir que se está fuera de su área de distribución, volviendo a recorrer la siguiente línea de estaciones. Posteriormente, podrá aumentarse mucho la eficiencia variando la intensidad del muestreo; por ejemplo, estableciendo series de estaciones, tal como a 60 km unas de otras, en la parte periférica del área de distribución, a cada 30 km más cerca del centro, y a cada 15 km o menos donde la abundancia sea mayor.

Las semejanzas entre la toma de datos por un barco de investigación y otro tipo de plan de muestreo quedan a menudo encubiertas por el método de análisis mediante el uso de líneas de contornos de niveles de abundancia. Trazando tales líneas se obtienen descripciones muy definidas de los modelos de distribución de un organismo, y se pueden comparar con otras distribuciones, tales como las de los factores hidrográficos, del alimento, etc. Las cartas de líneas de contornos pueden también usarse para estimar

la abundancia total, multiplicando el área comprendida entre dos líneas por el valor de la densidad intermedia entre las citadas líneas.

Este procedimiento no es muy diferente del muestreo estratificado normal, pero, para obtener por este medio estimaciones precisas, se requiere que las líneas de contornos se tracen con cuidado, y que las áreas intermedias se calculen con precisión, todo lo cual puede llevar mucho tiempo y exige que, para obtener un cierto grado de exactitud, se tenga que precisar la posición de las líneas más de lo que estaría normalmente justificado. Otro procedimiento, más parecido a los métodos de muestreo estratificado descritos en secciones anteriores, consiste en dividir toda el área en subdivisiones de extensión conocida, lo cual se simplifica si la mayoría de las líneas de división corren en sentido de los paralelos y meridianos, calculando la densidad en cada una de estas subdivisiones, por ejemplo, por medio de la captura por calada, y luego obteniendo la abundancia en cada subdivisión mediante la multiplicación del área por la densidad, y la abundancia del área total por medio de la suma de las abundancias en cada subárea. Un caso especial consiste en disponer de un cuadrulado de estaciones a distancias regulares, por ejemplo, cada 15 km, de manera que las caladas que se hagan en cada estación se considerarán como muestras de un cuadrado de 15 km de lado, y la estimación de la densidad media se hará obteniendo la media de las densidades en cada estación. Este plan de muestreo no suele resultar eficiente cuando se aplica a un solo organismo, porque, salvo que tenga una distribución muy homogénea, muchas de las estaciones se harán donde la densidad sea muy baja o no exista. Por el contrario, es más adecuado cuando se trata de someter a muestreo una serie de observaciones (hidrografía, fitoplancton, zooplancton, etc.), con formas de distribución diferentes. Probablemente, las diferencias entre las estimaciones de los métodos, el de las líneas de contornos y por medio de alguna forma de estratificación, no serán muy grandes, y podrán comprobarse entre sí ambos métodos usando una misma serie de datos. Seguramente, el segundo método es más preciso que el de las líneas de contornos, porque en él se utiliza completamente toda la información disponible, y es menos probable que se ocasionen errores en los cálculos. En tales tipos de trabajos, lo mejor es utilizar el método de las líneas de contorno para dar una descripción de la situación general, y el del muestreo estratificado para obtener las estimaciones cuantitativas.

Como siempre, el mayor problema del muestreo es evitar que se produzcan sesgos. Ha sido discutido ya como los artes usados pueden introducir un sesgo, siendo éste esencialmente un problema de diseño de tales artes, lo que no entra en el propósito de este estudio. Los sesgos se pueden introducir también como consecuencia de la elección de los lugares donde vaya a realizarse el muestreo. Estrictamente, desde luego, un muestreo verdaderamente al azar es la mayor garantía de estimaciones sin sesgo, pero en la práctica resulta casi imposible disponer de una serie de estaciones bajo este sistema, puesto que aumentaría mucho el tiempo necesario para ir de unas estaciones a otras. Lo que se hace normalmente en la práctica es disponer de un cuadrulado sistemático de estaciones a distancias regulares y lo único que se determina al azar es el origen preciso de éste; luego se forma un cuadrulado básico adecuado para las tomas de muestras, y puesto que las líneas de longitud y latitud son conceptos artificiales, y tanto más cuanto menor sea el área, su posición relativa quedará al azar con respecto a la población natural. Debe tenerse cuidado cuando existen tendencias definidas según una disposición de las líneas este-oeste, o norte-sur. Si es así, resulta muy útil una estratificación detallada. Supongamos que en una costa que va de norte a sur el número de peces que se pescan con anzuelo decrece progresivamente al irse alejando de la costa. Convendría dividir toda el área en franjas paralelas a la costa, siendo un plan adecuado de muestreo hacer recorridos este-oeste, perpendiculares a la costa, para la toma de muestras, tomando una o varias en cada recorrido.

Ante todo, debe evitarse cualquier plan de muestreo, por muy sutil que sea su

estratificación, en el que los lugares de toma de muestras hayan sido elegidos de acuerdo con las características de lo que se quiere someter a muestreo. Por ejemplo, cuando se pesca para determinar la abundancia relativa u otras características de una población íctica, existe la tentación de hacerlo en aquellos lugares donde se sabe que se pueden obtener buenas capturas y, por tanto, donde se conseguirán probablemente grandes muestras (por ejemplo, para análisis raciales). Los datos proporcionarán estimaciones válidas de la abundancia relativa de los peces tanto más si los hábitos y la distribución de los mismos permanecen inalterados. Por el contrario, si cambia la distribución de los peces, sin que se altere su abundancia total, las capturas podrán dar la apariencia de un cambio en la abundancia. Esto no significa, por ejemplo, que las pescas de arrastre experimentales no deban ser hechas en las áreas buenas para el arrastre, entendiendo por tales los lugares de fondo suave donde no exista riesgo de daño o pérdida para los artes; pero tampoco debe ser elegida un área para el arrastre llena de peces. Debe insistirse que esto sólo se refiere al problema de la elección de los lugares de muestreo. Por lo demás, el muestreo debe concentrarse en aquellos lugares donde la abundancia sea mayor, es decir, debe ser más intenso en los estratos donde la abundancia es mayor, pero el muestreo dentro de cada estrato tendrá una distribución al azar, o lo más cercana al azar, por ejemplo, en un cuadrulado.

La intensidad del muestreo (cuestión de cómo distanciar las estaciones) esencialmente quedará determinada por tres factores: la variancia entre las estimaciones de las diferentes estaciones, el tiempo necesario para ir de unas estaciones a otras, y el tiempo empleado en el muestreo en cada una de las estaciones. El problema, por tanto, es análogo al discutido anteriormente en el muestreo en dos etapas y, como entonces, la solución exacta sólo se puede dar a partir de los datos del problema en particular. Una variancia elevada entre las muestras requerirá un aumento del número de muestras, y aumentar el tiempo para una muestra implicará pocas muestras. La semejanza con los problemas del muestreo en dos etapas se hace mayor cuando es posible variar el tamaño de la muestra en cada estación, por ejemplo, realizando más de una calada con una red de plancton, o remolcando una red de arrastre durante dos o tres horas en vez de hacerlo durante media hora. Los factores que en este caso deben considerarse son la variancia entre las muestras en una misma estación (en las caladas largas de arrastre, la diferencia entre la captura durante un remolque de una hora y los peces capturados de más en una calada de dos horas), y el tiempo que se emplea en una estación, pero no en el muestreo propiamente dicho, sino, por ejemplo, en arrojar y sacar el arte. Si la variancia dentro de cada estación es pequeña o lo es el tiempo invertido en otras operaciones distintas de las propias del muestreo, entonces deben tomarse muestras pequeñas (una sola calada de la manga de plancton o un corto arrastre). Por el contrario, si los arrastres sucesivos en una misma estación casi difieren tanto entre sí como los que se hacen cada 8 ó 10 km, o si se requiere mucho tiempo para parar el barco y preparar la red para tenderla al agua, o para tenderla y retirarla, entonces será preferible tomar muestras grandes (varias caladas de la manga de plancton, o arrastres de dos horas). En general, es mejor la toma de pequeñas muestras, a menos que se posea información que aconseje otra cosa; esto sucede donde los artes de muestreo toman muestras discretas (caladas verticales de mangas de plancton, muestreadores de fondos, etc.), siendo normalmente lo mejor tomar una muestra en cada estación. En los arrastres corrientes, seguramente lo más conveniente es una duración de una media hora, más tiempo en aguas profundas, y para otros artes (tal como el arte de arrastre de Agassiz, las mangas de plancton arrastradas) una calada corta en cada estación.

El plan natural de muestreo es un entramado o cuadrícula de estaciones, esparcidas a intervalos regulares a lo largo de líneas equidistantes. Las distancias entre las estaciones y entre las líneas no es necesario que sean iguales (las primeras pueden distar 8 km entre sí y las segundas 15 km), diferencia que sirve para mejorar la eficiencia del muestreo. Mucho del tiempo que un barco de investigación invierte en un plan de observaciones se emplea en navegar de una estación a otra. El tiempo no aumenta mucho por añadir más

estaciones en una línea, pero aumenta inmediatamente si se añade una nueva línea de estaciones. El mayor número de muestras en un tiempo dado en el mar se obtiene, por consiguiente, colocando muchas estaciones juntas a lo largo de líneas que estén muy separadas entre sí. Extremando dicho plan de muestreo, éste puede llegar a ser ineficiente, de acuerdo con la información obtenida a partir de un número dado de estaciones, puesto que las muestras a lo largo de una línea llegarán a diferir muy poco y, en cambio, habrá mucha diferencia entre las líneas, con un muestreo muy pobre en los espacios entre ellas. Una excepción no muy infrecuente es cuando los cambios en una dirección (norte-sur) son mayores que los que forman la perpendicular (este-oeste) a esta dirección. Si las líneas corren en la dirección del cambio más grande, las diferencias entre las estaciones sucesivas de una misma línea, aun estando próximas, pueden ser las mismas que las diferencias entre líneas adyacentes que estén algo separadas.

Hasta ahora se ha considerado solamente un plan único de observaciones. Por lo general, en la investigación de pesquerías hay que estudiar no sólo los cambios en el espacio, sino también en el tiempo. Con esto se plantea el problema de saber, tanto pensando en el aprovechamiento del tiempo en el mar como en el de los análisis subsiguientes, si será más conveniente realizar pocos recorridos (mensuales), pero con muestreos detallados, o bien más frecuentes (semanales) aunque con menos detalle. No es posible resolver esta cuestión con criterios exclusivamente estadísticos; pero, de un modo general, se puede decir que es preferible realizar recorridos frecuentes, siempre que con ello no quede demasiado fragmentada la toma de observaciones en cada recorrido en particular.

4.3 Las capturas comerciales como muestras de una población

[4.3.1 Índices de abundancia](#)

La información que reportan las capturas comerciales es de una gran importancia en el estudio de las poblaciones de peces explotadas, ya que se toma directamente de estas poblaciones. Es también muy importante porque es una de las mejores fuentes de datos de las poblaciones de peces. En una pesquería de una magnitud apreciable, el número de operaciones hechas por los pescadores comerciales (como, por ejemplo, el número de redes usadas), y la cantidad de peces capturados, serán siempre muchísimo mayores que las que pueda hacer un solo barco de investigación. Existe un sistema racional de recoger datos estadísticos de las capturas comerciales y del esfuerzo de pesca, pudiendo constituir cada una de estas numerosas operaciones una muestra de la población explotada. Con un número tan grande de muestras, la variancia será pequeña. Desgraciadamente, las oportunidades de que se produzca un sesgo son grandes, tanto en las estimaciones de la abundancia como de la composición de la población. No obstante, estos sesgos pueden ser reducidos, o casi eliminados, en muchas ocasiones.

4.3.1 Índices de abundancia

[Ejemplo 4.3.1.1](#)

[Ejemplo 4.3.1.2](#)

[Ejemplo 4.3.1.3](#)

Los pescadores siempre van donde creen que abunda la pesca. Por consiguiente, resulta que esta captura por unidad de esfuerzo será siempre mayor que la obtenida al azar por un barco de investigación. Esto no afecta al valor de sus capturas por unidad de esfuerzo como un índice de la abundancia de las poblaciones de peces; simplemente, altera el valor del coeficiente que relaciona la captura por unidad de esfuerzo con la abundancia. Matemáticamente, denotando este coeficiente por q , se puede decir que q (barco de investigación) es menor que q (pescador comercial), pero ambos igualmente válidos. Los sesgos se producen cuando q varía. Tales variaciones pueden ser clasificadas en:

- a) fluctuaciones a corto plazo en el tiempo, de períodos más o menos regulares - día y noche - o estacionales;
- b) tendencias a largo plazo;
- c) cambios irregulares en el tiempo;
- d) cambios correlacionados con la abundancia de pesca;
- e) cambios correlacionados con la cantidad de pesca.

Las causas de estos cambios pueden ser, a su vez, divididas en estos grupos bien delimitados:

- i) cambios en los barcos y artes; es decir, en la capacidad pesquera de las unidades de pesca;
- ii) cambios en la distribución de los peces y de la pesca.

Por ejemplo, el perfeccionamiento de los artes producirá un incremento general de las capturas en una densidad dada de peces; es decir, una tendencia a largo plazo en q ; lo mismo ocurrirá con las mejoras en la navegación o en los aparatos detectores de peces, que permiten que los pescadores se concentren en los lugares donde la densidad de peces es mayor.

La primera clasificación es la más adecuada en lo que se refiere al empleo fundamental de los datos de captura por unidad. Si, por ejemplo, se está estudiando el efecto de los cambios de la cantidad de pesca sobre la población, entonces el que no se encuentren variaciones del tipo (e), o posiblemente del tipo (d), puede anular todo el trabajo. De una manera similar, cuando se estudian largas series cronológicas, se debe prestar mucha atención a los posibles cambios del tipo (b). La segunda clasificación es más adecuada para el estudio de las variaciones, y para su detección y posible medida. El estudio de los cambios en los barcos y en los artes queda fuera de los objetivos de este manual por no ser problemas directamente relacionados con el muestreo. Por el contrario, el problema de la distribución de la capacidad y del esfuerzo de pesca tiene una relación mayor con la técnica del muestreo. Esta distribución puede dividirse de acuerdo con el tiempo y el espacio.

La escala de tiempo más pequeña, en la cual se producen cambios importantes, es el día. Por ejemplo, las capturas diurnas y nocturnas de un arte de arrastre pueden diferir completamente y, aunque en ambos períodos la captura por hora sea proporcional a la abundancia de peces, esta relación será diferente. La captura por hora basada en

un número pequeño de arrastres no proporcionará un dato fidedigno, a menos que se especifique el número de caladas de día y de noche. En cambio, las capturas comerciales ordinariamente se hacen de una forma más o menos continua de día y de noche, y la proporción de caladas en cada período vendrá a ser la misma de un año a otro. Solamente tiene importancia considerar las variaciones diurnas en el análisis de las capturas comerciales cuando se producen cambios en los hábitos de los pescadores, porque, por ejemplo, si las capturas nocturnas son más escasas, en las épocas de poca densidad de peces puede no interesar realizar las pescas de noche.

Sobre otras variaciones a corto plazo se pueden aplicar consideraciones similares; por ejemplo, las variaciones de la captura por unidad de esfuerzo producidas por los cambios del tiempo meteorológico tienen poca importancia cuando se consideran las capturas medias para largos períodos, pero sí son de tener en cuenta cuando se comparan períodos más cortos, como de unas pocas semanas.

Las fluctuaciones estacionales puede que no se tengan en cuenta por la misma razón, pero, en cambio, los pescadores tienen más flexibilidad para cambiar los planes de pesca que en el caso de la actividad diaria; por ejemplo, si una especie escasea, es posible que los pescadores sólo la intenten pescar en la estación de su máxima abundancia, pero, cuando sea abundante, su pesca puede extenderse a todo el año, y así, al comparar las capturas medias en estos años, queda subestimada la escasez en los años malos. Este posible error puede reducirse por medio de una estratificación adecuada. En lugar de comparar las capturas medias anuales, deducidas de la división de la captura anual total por el esfuerzo anual total, se estudia esta relación en períodos más cortos, tal como meses, cada uno de los cuales se somete a muestreo por separado. De esta manera, se obtienen 12 índices de abundancia, calculados por la división entre la captura y el esfuerzo mensuales, y cada uno de los cuales podrá usarse como un índice de abundancia, o bien una sola media para obtener el índice anual. Para esto último, se calcula directamente una media no ponderada, o se ponderan las estaciones de pesca más importantes. Los factores ponderadores deben ser, desde luego, los mismos para cada año, de modo que sería erróneo escogerlos proporcionalmente a la actividad pesquera, que variará de un año a otro, pero podrían elegirse proporcionalmente a la cantidad media de actividad pesquera en cada mes a lo largo de un determinado período de años.

Ejemplo 4.3.1.1

Las capturas mensuales de *Bagrus* spp. del lago Menzala (Egipto), durante los dos años 1956/57 y 1957/58, y los esfuerzos de pesca correspondientes, fueron los siguientes:

Mes	Junio	Julio	Ag.	Sep.	Oct.	Nov.	Dic.	Ene.	Feb.	Mar.	Abr.	Mayo
1956/57 Captura (t)	21	6	15	132	210	57	34	5	9	8	14	15
Esfuerzo	12	14	20	21	22	14	11	11	8	7	7	6
1957/58 Captura (t)	9	3	15	210	288	20	32	4	3	2	3	10
Esfuerzo	6	7	25	42	36	10	8	7	3	2	2	5

Calcúlese la captura por unidad de esfuerzo en cada mes; calcúlese un índice de abundancia para cada año (*a*) como la simple media aritmética de las capturas mensuales por unidad de esfuerzo, (*b*) dando factores ponderadores a cada mes de 6, 7, 15, 20, 19, 8, 6, 6, 4, 3, 3, 3, respectivamente (aproximadamente proporcionales a la actividad pesquera media). Compárense éstos con la razón entre la captura anual total y el esfuerzo total. Compárese la abundancia de *Bagrus* en los dos años (*a*) a partir de los índices anteriores basados en el muestreo estratificado; (*b*) a partir de la captura por unidad de esfuerzo en cada año tomado en conjunto.

No es necesario que los períodos de tiempo sean iguales. En el ejemplo anterior, cada estrato era de un mes, porque éstos fueron los períodos base para la recolección de datos, pero podría haber sido mejor agrupar los datos de los meses escasos en pesca, de modo que en cada período se tuviera una cantidad parecida de actividad pesquera. Como de costumbre, el criterio más importante para agrupar es que en cada división la cantidad bajo muestreo (en este caso, la captura por unidad de esfuerzo) sea lo más uniforme posible. De este modo, la corrección consistiría en agrupar los meses de febrero y marzo, y abril y mayo juntos, y quizá también otros meses, como julio y agosto. Por el contrario, deberían dividirse los meses de septiembre y octubre en dos quincenas.

El ejemplo anterior también demuestra cómo la captura por unidad de esfuerzo de un mes puede proporcionar un índice aceptable de la abundancia en todo el año. Así, la captura por unidad de esfuerzo en agosto de los diferentes años es proporcional a las variaciones en la abundancia de la población y, aunque sea obvio que en general es mejor tomar todo el año para deducir un índice de abundancia, puede ser perfectamente posible usar datos de sólo una parte del año, ya sea porque durante el resto la pesca es muy reducida, o porque los datos de la captura por unidad de esfuerzo no sean representativos (quizá los pescadores puedan estar interesados en la captura de otras especies).

La técnica del muestreo estratificado puede también aplicarse para obtener índices de abundancia no falseados por cambios en la distribución de la actividad pesquera en el espacio. El conjunto del área de pesca se divide en subáreas y, en vez de tomar como índice de abundancia la relación entre la captura total y el esfuerzo total, se calcula la media (si es necesario ponderada) de las capturas por unidad de esfuerzo en cada subárea. Por ejemplo, las áreas de arrastre más importantes de Groenlandia consisten en una serie de bancos: Banana, Dañas, Fyllas, etc. Un índice racional de la abundancia de la población de bacalao del oeste de Groenlandia sería, por tanto, la media de la captura por hora de arrastre en cada banco. Como resulta que cada banco tiene una extensión diferente, una forma de calcular mejor el índice sería multiplicando la captura por unidad de esfuerzo de cada banco por el área correspondiente, dando cada producto una abundancia. No es posible usar este método si no se dispone de datos de cada banco, es decir, si no se tiene una muestra de cada estrato. Esto hace que exista un límite mínimo que se pueda utilizar en la extensión de cada área. De hecho, significa que la estratificación por áreas se puede usar para estudiar cambios en lo que se puede llamar estrategia de la pesca, pero no en las tácticas de la pesca. Podría llamarse una buena estrategia al éxito de los pescadores en localizar las áreas de los bancos de Groenlandia donde en ese momento la pesca es mejor, quizá por la información radiotelegráfica de otros barcos; mientras que la táctica es la capacidad para pescar en los mejores lugares del banco una vez que se ha llegado a él, por ejemplo, mediante la detección directa de los peces por ecosonda, o por saber navegar con precisión para llegar exactamente a los mejores lugares de pesca, ya sea utilizando la ecosonda para averiguar la profundidad, o por radar, navegador Decca, etc. Tales mejoras en las tácticas de pesca deben contarse entre las principales contribuciones al incremento a largo plazo del valor de q , la relación entre la captura por unidad de esfuerzo y la densidad de los peces, que probablemente es el cambio más difícil de averiguar y medir cuantitativamente. Proseguir la discusión de este problema, sin embargo, iría más allá de los objetivos de este manual.

Resulta particularmente útil la estratificación del muestreo por áreas, para eliminar los sesgos ocasionados por los cambios en la estrategia de la pesca donde una flota captura dos o más especies, cuyas áreas de distribución son diferentes, pero que en parte se sobreponen. Los cambios en la abundancia relativa, o en la demanda comercial, de las diferentes especies pueden producir formas de distribución del esfuerzo de pesca completamente diferentes.

Ejemplo 4.3.1.2

El siguiente cuadro es una simplificación extrema de los datos de pesca de arrastre del Mar del Norte inglés, y representa el esfuerzo y las capturas de lenguado y eglefino en dos años; el lenguado es predominantemente un pez meridional, y el eglefino septentrional. El área se ha dividido en 16 subáreas, en cada una de las cuales las capturas y el esfuerzo se registran por separado.

	1960				1961			
Esfuerzo	5	6	6	3	16	17	13	14
Eglefino	50	48	60	24	208	238	195	168
Lenguado	0	12	6	0	0	17	13	0
Esfuerzo	8	7	9	8	13	12	13	10
Eglefino	40	49	54	48	130	132	91	80
Lenguado	16	0	27	8	13	12	26	0
Esfuerzo	10	13	11	14	9	9	(8)	6
Eglefino	40	65	33	56	45	63	(32)	48
Lenguado	40	39	22	42	18	18	(8)	18
Esfuerzo	14	15	16	15	5	5	6	4
Eglefino	28	0	16	15	10	5	6	4
Lenguado	84	90	48	45	25	15	12	8

1. Calcúlese cada año la captura total de cada especie, el esfuerzo total, y de aquí la relación captura total/esfuerzo total.
2. Prepárese un cuadro para cada año con las capturas por unidad de esfuerzo para cada especie en cada subárea.
3. Con los datos anteriores, calcúlese un índice de densidad para todo el conjunto de cada especie, es decir, la captura media por unidad de esfuerzo. Compárese el cambio en la densidad entre los dos años medido por la relación captura total/esfuerzo total, y a través de la captura media por unidad de esfuerzo.

Otro tipo de estratificación que es posible tenga aplicación en las pesquerías para más de una especie, pero con poca mezcla entre ellas, para cualquier captura - por ejemplo, una sola calada de arrastre u otra operación -, que, aunque presente varias especies en cada calada una de ellas sea predominante, es a través de esta especie principal. En estos casos, los desembarcos pueden dividirse de acuerdo con la especie predominante.

Ejemplo 4.3.1.3

Los barcos de arrastre alemanes pescan en el oeste de Groenlandia bacalao y gallineta. Sus capturas en toneladas y los esfuerzos de pesca fueron, en 1958 y 1959, los siguientes (datos tomados del Boletín estadístico de la Comisión Internacional de Pesquerías del Atlántico Noroeste):

	Especie predominante	Días de pesca	Captura de bacalao	Captura de gallineta
1958	Bacalao	1 337	26 247	1 754
	Gallineta	385	1 277	9 457
	Mezcla	199	2 386	1 969

	TOTAL	1 921	29 910	13 180
1959	Bacalao	645	12 336	1 087
	Gallineta	690	2 705	15 683
	Mezcla	169	2 372	2 062
	TOTAL	1 504	17 413	18 832

Estímense, a partir de la captura por unidad de esfuerzo del bacalao, y por las pescas de arrastre para el bacalao, así como de la gallineta por las pescas de arrastre para esta especie, los cambios (como porcentajes) en las densidades de las poblaciones de bacalao y gallineta entre 1958 y 1959. Compárense estos cambios con los de las capturas por unidad de esfuerzo del bacalao y de la gallineta, según todos los desembarcos tomados en conjunto, y también con los cambios en las capturas por unidad de esfuerzo para el bacalao según los barcos de gallineta, y para la gallineta según los de bacalao.

4.4 Composición de la población

[Ejemplo 4.4.0.1](#)

[4.4.1 La pesca efectuada por más de una flota](#)

[4.4.2 Tablas longitud-edad](#)

Los desembarcos comerciales son siempre, hasta cierto punto, muestras sesgadas de toda la población: los peces muy pequeños, o de mala calidad para la venta, y las especies no apreciadas, suelen separarse del resto de las capturas. Las capturas en sí mismas ya son muestras sesgadas, no solamente por las características geométricas del arte, que, por ejemplo, deja escapar a los peces más pequeños, sino porque los pescadores eligen aquellos lugares donde los peces suelen ser más abundantes y de mayor tamaño. Así, los barcos de arrastre británicos del Mar del Norte usan una malla de unos 80 mm (es decir, algo más del tamaño legal mínimo de 75 mm); esta red retiene casi todos los lenguados de más de 20 cm de longitud y, prácticamente, todos los que miden más de 22 cm. El tamaño mínimo legal de desembarco es de 25 cm, de modo que las capturas comerciales se pueden utilizar para obtener información del lenguado de más de 28 cm (debido a que los pescadores, al rechazar el pescado de menor tamaño, no están en condiciones de precisar mucho el tamaño mínimo legal). Así pues, para un área determinada, la población (por ejemplo, el número por milla cuadrada¹) y la captura y desembarcos de cada talla de peces, hechas por un barco de arrastre durante 10 horas de pesca, podrían ser como sigue:

¹ 1 milla cuadrada = 2,58 km².

Longitud (cm)	5-10	10-14	15-19	20-24	25-27	28-29	30-34	35-39	40-44	45 +
Números por milla cuadrada (A)	500	700	820	780	360	230	180	80	40	20
Números capturados	-	10	120	360	180	115	90	40	20	10
Números desembarcados (B)	-	-	-	10	150	115	90	40	20	10
B/A	0	0	0	0,01	0,42	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5

La última línea muestra que la relación entre el número desembarcado y el número por

unidad de área es constante a partir de 28 cm, de modo que los desembarcos sólo darán una representación sin sesgar de la composición de longitudes de la población a partir de este tamaño. Los desembarcos por unidad de esfuerzo son iguales a los números medios de un área determinada - la mitad de una milla cuadrada en el ejemplo anterior. La dimensión de este área no será conocida, ya que los datos de captura se dan para obtener índices de abundancia, no abundancia en términos absolutos, aunque su orden de magnitud puede calibrarse a partir de la geometría del arte en uso. Así, un arte de arrastre capturará la mayor parte de los peces en un área igual a la anchura de la red (o la distancia entre las puertas) por el recorrido efectuado. Sin embargo, muchos peces pueden escapar por los costados o por encima del arte, y también es posible que se pesque en los lugares donde la densidad de los peces sea superior a la media.

En el ejemplo anterior, los desembarcos eran sólo representativos de la población de los fondos sometidos a pesca. La talla del lenguado, al igual que la de la mayoría de otros peces, varía mucho de unos lugares a otros; en los fondos menos profundos predominan las tallas pequeñas y en los más profundos las mayores. La composición de tallas de los peces, de nuevo expresada en términos de milla cuadrada, en los diferentes fondos, puede ser así:

Talla (cm)	-10	10-14	15-19	20-24	25-29	30-34	35-39	40-44	45+
Somero	500	700	820	780	590	180	80	40	20
Moderado	-	50	150	320	400	200	100	70	40
Profundo	-	-	20	50	150	180	120	80	60

Por supuesto, los muestreos en la zona costera darán estimaciones sesgadas de la composición de tallas de los peces por encima de los 28 cm del total de la población: por ejemplo, los peces más largos de 45 cm quedarán subestimados. Este sesgo no será eliminado hasta que no se pesque en las tres zonas y precisamente en la proporción correspondiente a la extensión de cada una de ellas.

Ejemplo 4.4.0.1

Suponiendo que las áreas de las zonas anteriores sean: somera, 4.000 millas cuadradas; moderada 8.000 millas cuadradas, y profunda 5.000 millas cuadradas, calcúlese el número total de cada grupo de longitud en la población. Si en una pesca de 10 horas un barco de arrastre capturase una cantidad de peces igual a la mitad del promedio por milla cuadrada, calcúlense las cantidades totales desembarcadas de cada grupo de longitudes de más de 30 cm, en el caso de 100.000 horas de pesca, distribuidas como sigue:

- a) en aguas someras 50.000 horas, moderadas 45.000 horas y profundas 5.000 horas;
- b) en aguas someras 10.000 horas, moderadas 40.000 horas y profundas 50.000 horas.

Compárese la distribución de longitudes (en tantos por ciento) de los peces de más de 30 cm, en los desembarcos y en la población.

Mediante estratificaciones de acuerdo con el área de pesca se pueden obtener estimaciones sin sesgar, o, cuando menos, con un sesgo reducido al mínimo posible. Se aplicarán los principios normales del muestreo estratificado, a menos que no haya un control completo de las fuentes de información de las muestras. Es natural que los pescadores pesquen donde más les convenga, y no donde el personal de laboratorio pueda sacar la mejor información; por otra parte, el muestreo que hace este último sobre los desembarcos puede no estar perfectamente controlado. Por ejemplo, a un puerto pueden llegar arrastreros durante la noche, y sus tripulaciones se dirigen inmediatamente a sus hogares. El pescado se desembarca y expone para la

subasta en las primeras horas de la mañana, que es el momento del muestreo, estando las tripulaciones ausentes, y hasta más tarde, cuando ya se ha hecho el muestreo, no se pueden tomar los datos de los lugares de captura. Esto da lugar a que muchas veces la distribución del esfuerzo de muestreo (ya sea en el muestreo de la población por medio de las pesquerías comerciales, o en el muestreo de las capturas comerciales) entre las áreas (estratificación) no se haga precisamente en la forma más eficiente. La diferencia con una eficiencia completa puede no ser grande debido a que habrá una tendencia a que la mayor parte de las capturas, y por tanto de las muestras, provengan de los lugares donde hay más peces. Como resulta que las diferencias entre unos lugares y otros son mayores en lo referente a la densidad de los peces que por sus tallas, y como se suele disponer de menos muestras para conocer la distribución de las tallas, las divisiones para estudiar la composición de tallas suelen ser en general mayores que las que se emplean para estimar un índice de la abundancia total. Normalmente, las regiones que se emplean para estudiar la composición de longitudes se forman por la unión de varias áreas utilizadas en el análisis de las estadísticas de captura y esfuerzo, para lo cual se reúnen las áreas con una composición de longitudes similar, y para asegurar que habrá alguna muestra de cada estrato.

Estas estratificaciones según el área de captura, aunque son esenciales para estimar la composición de la población, se pueden usar también para estimar las mismas capturas. En una sección anterior se sugirió el modo de estudiar los desembarcos cuando no se clasifican en categorías de tamaños, que era el siguiente:

1. Medir una muestra del desembarco de cada uno de los diferentes barcos.
2. Elevar cada muestra al total desembarcado por el barco (es decir, multiplicar las frecuencias de cada grupo de tallas de la muestra por el factor de elevación igual a la relación entre el peso de los desembarcos y el peso de la muestra).
3. Sumar todos los desembarcos de todos los barcos sometidos a muestra.
4. Elevarlos al total de desembarcos en el período.

El nuevo procedimiento sería:

1. Medir una muestra del desembarco de cada uno de los diferentes barcos.
2. Elevar cada muestra al total desembarcado por el barco (como antes).

A continuación, para cada estratificación separadamente:

3. Unir todos los desembarcos de todos los barcos bajo muestra que pescaron en determinada subdivisión.
4. Elevar al total de desembarcos todas las subdivisiones.

De esta manera, los desembarcos totales de toda la región se obtendrán por la suma de los totales para cada subdivisión (según 4). Para estimar la composición de la población, se procede como sigue, si es que se conoce el esfuerzo correspondiente a los desembarcos (según 4) de cada subdivisión:

5. Dividir los desembarcos procedentes de la subdivisión, obtenidos según 4, por el esfuerzo en la subdivisión, para dar la captura por unidad de esfuerzo de cada grupo de longitud.

6. Multiplicar por el área de la subdivisión (para convertir las unidades de densidad en unidades de abundancia).

7. Sumar conjuntamente todas las subdivisiones.

Esto da cantidades proporcionales a la abundancia total de cada grupo de longitud, si es que se desea conocer.

8. Dividir por el área total de todas las subdivisiones. Esto proporciona cantidades que están de nuevo en la misma escala que la captura por unidad de esfuerzo (por ejemplo, captura por 100 horas de arrastre) como en 5; en efecto, son las medias ponderadas de las cantidades según 5, siendo los factores ponderadores las áreas de las diferentes subdivisiones.

Si no se conociera el esfuerzo correspondiente al total de los desembarcos, de modo que la captura por unidad de esfuerzo de cada grupo de longitudes no pudiera calcularse directamente, en este caso se pueden calcular los porcentajes de la composición de longitudes de los desembarcos para cada subdivisión. El porcentaje de un grupo de longitudes en el total de la población podrá estimarse como la media ponderada de los porcentajes de este grupo de longitudes en cada subdivisión. Los factores ponderadores serán el número de peces (o, estrictamente, el número de peces de una talla que pueden ser capturados y desembarcados) en cada subdivisión; esto es, la densidad en número por el área de la subdivisión. La densidad en cada subdivisión se deduce de los datos de captura por unidad de esfuerzo que haya disponibles.

4.4.1 La pesca efectuada por más de una flota

[Ejemplo 4.4.1.1](#)

[Ejemplo 4.4.1.2](#)

Si más de una serie de barcos pescasen en una misma población (tipos de artes diferentes, o barcos de países distintos), se podrían obtener estimaciones por separado de la composición de la población, que se combinarían de modo que dieran la estimación «mejor». Si se comprueba que las diferencias no son demasiado grandes, y no mayores de lo que podría esperarse de los errores del muestreo, entonces se podría tratar como un simple problema estadístico. Se haría la combinación dentro de la estratificación regional, tal como se ha expuesto en el párrafo anterior; es decir, con todos los datos disponibles se obtiene una estimación única de la composición de la población en cada subdivisión, y éstas se combinan entonces para dar la estimación de la población completa. En cada subdivisión deben combinarse las estimaciones de las diferentes series de barcos tomando una media ponderada, siendo los factores ponderadores cantidades inversamente proporcionales a las variancias de las diferentes estimaciones. Ordinariamente, estas variancias no se suelen conocer con mucha precisión, pero estarán aproximadamente en relación inversa al número de muestras tomadas, o al número de peces medidos en los desembarcos de cada grupo de barcos. Los factores ponderadores pueden ser proporcionales al número de muestras o peces medidos.

Si se dispusiera de una unidad normal de esfuerzo, y de la captura por unidad de esfuerzo para todos los grupos de barcos, lo mejor sería estimar la composición de los desembarcos de cada uno de ellos, y de aquí la estimación combinada de la

composición de la población, en términos de la captura por unidad de esfuerzo. Supóngase, por ejemplo, que dos grupos de barcos pescan anchoas en una cierta área, usando ambos el mismo tipo de red de cerco, de manera que la unidad de captura por hora sea la misma para los dos grupos. Se pueden tomar 10 muestras del primer grupo, a partir de las cuales se estima que en cada hora de pesca se capturaron 160 peces de 11 cm; con ocho muestras del segundo grupo, se estima que se capturaron 250 peces de 11 cm por hora de pesca; la estimación combinada será por tanto:

$$1/18 \times (10 \times 160 + 8 \times 250) = 200 \text{ peces por hora de pesca.}$$

Igualmente, se puede obtener una estimación combinada para grupos alternados de longitudes, dándose así la composición total de longitudes para un área en particular. Donde, como aquí, se han de usar varias veces los mismos factores elevadores, los trabajos de computación quedan reducidos eliminando la necesidad de repetir las divisiones. Para ello se dividen los factores elevadores por la suma de todos ellos, es decir, en este caso $10 + 8 = 18$, así que los factores elevadores serán iguales a

$$10/18 \text{ y } 8/18, \text{ es decir. } 0,556 \text{ y } 0,444 \text{ y}$$

la densidad estimada de peces de 11 cm será $0,556 \times 160 + 0,444 \times 250 = 200$. Esto debe hacerse para áreas alternadas y entonces pueden combinarse los resultados, lo cual será más fácil si todos ellos están en los mismos términos de captura por unidad de esfuerzo.

Si es que no han podido usarse unidades tipo de esfuerzo, la composición de longitudes estimada a partir de los desembarcos de cada grupo de barcos deberá expresarse en porcentajes, y combinarse en esa forma.

Ejemplo 4.4.1.1

Dos grupos de barcos pescan una población de sardinas en dos áreas diferentes. En un año determinado, el número de muestras tomadas y las estimaciones resultantes del número de peces capturados fueron como sigue:

Area	Flota	Muestras	Longitud (cm)										
			18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28
Norte	A	50	1	8	15	28	30	27	20	13	7	4	2
	B	100	1	12	31	55	60	54	43	25	12	7	3
Sur	A	25	-	1	3	12	14	21	18	7	6	5	2
	B	20	-	2	4	13	13	23	18	10	5	2	1

Calcúlense los porcentajes de la composición de longitudes de las capturas de cada nota en cada área; con estos datos, estílese el porcentaje de la composición de longitudes de la población en cada área.

Estímense los porcentajes de la composición de longitudes para el conjunto de la población, teniendo en cuenta que el área sur es el doble de la del norte, y que las exploraciones con ecosonda muestran que los trazos de peces (suponiendo que sean sardinas) son 1,2 veces más frecuentes en el área norte (tómense como factores ponderadores norte: sur, $1 \times 1,2$: 2×1).

Cuando las diferencias en la composición de las capturas de dos grupos de barcos que pescan en una misma área son grandes, quiere decir que al menos uno de ellos

pesca selectivamente, y sus pescas no serán representativas de la población. A veces, se puede suponer cuál es la naturaleza de esta selección; por ejemplo, cuando se pesca con artes de enmalle y de arrastre, las redes de enmalle, por su especial forma de selección, capturarán relativamente pocos peces de las tallas menores y mayores. La composición de la población tendrá que estimarse por las capturas del arte no selectivo, que en este caso es el de arrastre. Si la selección pudiera medirse con una exactitud razonable, como suele ser posible en una flota de redes de enmalle con mallas de dimensiones conocidas, podrían utilizarse estas capturas para estimar la composición de la población, que podrán combinarse con las realizadas a partir de los desembarcos de otros grupos de barcos. En este último caso, las estimaciones realizadas con las capturas de los artes selectivos probablemente tendrán menor valor representativo, en relación con el número de muestras, debido al grado de incertidumbre que introducen los factores de selectividad usados.

Ejemplo 4.4.1.2

En la parte meridional del Mar del Norte se captura el arenque con redes de arrastre y de deriva (de enmalle). La composición de longitudes de las capturas (en millares), y las proporciones estimadas de cada talla retenida por las redes de deriva (en relación con el máximo de retención) son las siguientes:

Longitud (cm)	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Captura de arrastre	30	320	1 200	1 400	1 180	760	345	76	5	2
Captura de deriva	10	136	603	740	525	304	105	18	2	1
Retención de deriva, porcentaje	60	75	90	100	95	80	65	50	40	30

Estímese el porcentaje de la composición de longitudes de la población, dando doble valor representativo a las estimaciones de los artes de arrastre.

Aunque un arte no se considere selectivo, no quiere decir que realmente no lo sea. Por ejemplo, en el caso anterior, las mallas del arte de arrastre son lo suficientemente pequeñas para que no pueda escapar ningún arenque de más de unos 15 cm, pero los arenques de más talla pueden subestimarse, como consecuencia de su mayor velocidad de natación y facilidad para evitar el entrar en el arte, escapando por encima.

4.4.2 Tablas longitud-edad

Ejemplo 4.4.2.1

La composición por edades (o madurez, etc.) puede estimarse por muestreo directo en los desembarcos, pero es más eficaz hacerlo por medio de las tablas longitud-edad (o longitud-madurez, etc.), habiendo estimado previamente la composición de longitudes de los desembarcos. Como resulta que muchos de los procesos de selección por la flota de pesca están relacionados directamente con la longitud del pez, resulta que el uso de las tablas permite determinaciones rápidas sobre la edad, etc. De este modo, se puede dar, para los datos sobre el bacalao del Mar del Norte, usados al principio, la siguiente tabla longitud-edad, basada en las muestras de los desembarcos en el tercer trimestre de este año:

Longitud (cm)	Número de peces sometidos a muestreo de cada edad								Total	Total
	1	2	3	4	5	6	7	8	Sometidos a muestra	Desembarcados (miles)
30-	12	36							48	160
40-	1	73	3						77	488
50-	1	54	6						61	394
60-		13	25						38	205
70-			27	7					34	139
80-			8	12	7	3			30	75
90-				10	9	5	3		28	42
100-					4	2	7	3	15	15
110-						3	4	3	10	2

Como consecuencia de las propiedades selectivas del arte, y la demanda del mercado, no se desembarca ningún bacalao de menos de 30 cm, y sólo una parte de los que miden menos de 40 cm. Según esto, los desembarcos sólo serán razonablemente representativos a partir de los 40 cm. Las tablas longitud-edad permiten conocer que sólo los peces de 3 años y más estarán realmente representados en los desembarcos, que los que se capturan de 2 años estarán ligeramente subestimados, mientras que los de 1 año, la mayoría de los cuales mide menos de 40 cm, estarán muy escasamente representados.

Si se conoce, en términos cuantitativos, la selección de las longitudes, podrá usarse la tabla para estimar la selección en relación con la edad.

Ejemplo 4.4.2.1

Con los datos dados anteriormente, estímesese el número de peces de cada edad desembarcados. Sabiendo que de los peces que entran en el arte de arrastre solamente desembarca el 40 por ciento de los que miden entre 30 y 40 cm, y el 80 por ciento de los que miden entre 40 y 50 cm, estímesese el número de peces de más de 30 cm que entraron en el arte. Hágase una estimación aproximada del número de peces de 2 años menores de 30 cm que entraron en el arte, colocando las cantidades de peces de 2 años en cada grupo de longitud en relación con la longitud. De aquí, estímesese la composición de la población en porcentaje, desde los de 2 años en adelante.





BIBLIOGRAFÍA

Estadística general y teoría del muestreo

COCHRAN, W.G. 1953 *Sampling techniques*. New York, Wiley. 330 p.

DEMING, W.E. 1950 *Some theory of sampling*. New York, Wiley. 602 p.

FISHER, R.A. 1925 *Statistical methods for research workers*. 2ª edición. Edinburgh, Oliver and Boyd. 269 p.

GRAY, P.G. y CORLETT, T. 1950 Sampling for the social survey. *J.R. statist. Soc. (A)*, 113:150-206.

HANSEN M.H. y HURWITZ, W.N. 1943 On the theory of sampling from finite populations. *Ann. math. Statist.*, 14:333-362.

HANSEN, M.H. y HURWITZ, W.N. 1949 On the determination of the optimum probabilities in sampling. *Ann. math. Statist.*, 20:426-432.

HOEL, P.G. 1948 The accuracy of sampling methods in ecology. *Ann. math. Statist.*, 14:289-300.

JESSEN, R.J. *et al.* 1947 On a population sample for Greece. *J. Amer. Statist. Ass.*, 42:357-384.

MAHALANOBIS, P.C. 1944 On large scale sample surveys. *Phil. Trans. (B)*: 231.

NEYMANN, J. 1934 On the two different aspects of the representative method: the method of stratified sampling and the method of purposive selection. *J.R. statist. Soc.*, 97:558-606.

SCHUMACHER, F.X. y CHAPMAN, R.A. 1942 *Sampling methods in forestry and range management*. Durham, Carolina del Norte, Duke University School

of Forestry. 213 p.

YATES, F. 1949 *Sampling methods for censuses and surveys*. London, Griffin. 318 p.

YATES, F. y FINNEY, D.J. 1942 Statistical problems on field sampling for wireworms. *Ann. appl. Biol.*, 29:156-167.

YULE, G.V. y KENDALL, M.G. 1950 *Introduction to the theory of statistics*. 14ª edición. London, Griffin. 701 p.

Aplicación a la pesca de los métodos de muestreo

BURD, A.C. 1958 An analysis of the method of sampling the East Anglian herring catches. *J. Cons. int. Explor. Mer*, 24:80-94.

FRIDRIKSSON, A. 1934 On the calculation of age-distribution within a stock of cod by means of relatively few age-determinations as a key to measurements on a large scale. *Rapp. Cons. int. Explor. Mer*, 86:1-14.

FRY, F.E.J. 1949 Statistics of a lake trout fishery. *Biometrics*, 5:27-67.

GULLAND, J.A. 1955 *Estimation of growth and mortality in commercial fish populations*. Fishery Investigations, Lond., Ser. 2, 18(9). 46 p.

GULLAND, J.A. 1956 The study of fish populations by the analysis of commercial catches: a statistical review. *Rapp. Cons. int. Explor. Mer*, 140:21-27.

GULLAND, J.A. 1957 Sampling problems and methods in fisheries research. *FAO Fish. Bull.*, 10(4):157-181.

HENNEMUTH, R.C. 1957 An analysis of methods of sampling to determine the size composition of commercial landings of yellowfin tuna. *Bull. Inter-Amer. Trop. Tuna. Comm.*, 2(5):174-243.

HODGSON, W.C. 1939 An improved method of sampling herring shoals. *Rapp. Const. int. Explor. Mer*, 110:31-80.

HOLMES, R.W. y WIDRIG, T.M. 1956 The enumeration and collection of marine phytoplankton. *J. Cons. int. Explor. Mer*, 22(1):21-32.

- HOLT, S.J. 1959 *Report of the international training centre on the methodology and techniques of research on mackerel (Rastrelliger)*. FAO/ETAP Report N° 1095. 129 p.
- JONES, R. 1956 A discussion of some limitations of the trawl as a sampling instrument. *Rapp. Cons. int. Explor. Mer*, 140:44-47.
- KETCHEN, K.S. 1950 Stratified sub-sampling for determining age-distributions. *Trans. Amer. Fish. Soc.*, 79:205-212.
- KURITA, S. *et. al.* 1956 Report on sampling survey for «iwashi» catch and fishing effort. *Bull. Tokai. Fish. Res. Lab.*, (13):1-1-34.
- MACKETT, D.J. 1963 A method of sampling the Pacific albacore (*Thunnus germon*) catch for relative age-composition. *FAO Fish. Rep.*, 3(6):1355-1361.
- MARGETTS, A.R. 1956 The sampling of demersal fish stocks by trawls and seines. *Rapp. Cons. int. Explor. Mer*, 140(1):40-43.
- PANSE, V.G. y SASTRY, K.V.R. 1958 *Sample surveys for the improvement of fishery statistics in Egypt*. Roma, FAO. 96 p. (Mimeografiado)
- POPZ, J.A. 1956 An outline of sampling techniques. *Rapp. Cons. int. Explor. Mer*, 140(1):11-20.
- SETTE, O. 1941 Digit bias in measuring, and a device to overcome it. *Copeia*, (2):77-80.
- TANAKA, S. Precision of age-composition of fish estimated by double sampling method using the length for stratification. *Bull. Jap. Soc. Sci. Fish.*, 19(5):657-670.
- VAN CLOVE R. y PRUTER, A.T. 1956 Problems of sampling a Puget Sound population of English sole (*Parophrys vetulus*). *Rapp. Cons. int. Explor. Mer*, 140(1):87-93.
- WINSOR, G.P. y CLARKE, G.L. 1940 A statistical study of variation in the catch of plankton nets. *J. Mar. Res.*, 3:1-34.
- YAMAMOTO, T. 1953 *Sampling survey of fisheries catch statistics in Japan*. Tokio, Ministry of Agriculture and Forestry, Statistics and Survey Division, Fisheries Statistics Section. 55 p.

Fuentes de los datos

COMISIÓN INTERNACIONAL DE PESQUERÍAS DEL ATLÁNTICO NOROESTE. 1958 *Statistical Bulletin*, 6.

COMISIÓN INTERNACIONAL DE PESQUERÍAS DEL ATLÁNTICO NOROESTE. 1959 *Statistical Bulletin*. 7.

FITCH, J.E. 1958 Age composition of the southern Californian catch of Pacific mackerel for the two seasons 1955-56 and 1956-57. *Fish. Bull.*, Sacramento, (106):19-26.

FRIDRIKSSON, A. 1934 On the calculation of age-distribution within a stock of cod by means of relatively few age-determinations as a key to measurements on a large scale. *Rapp. Cons. int. Explor. Mer*, 85:1-14.

KRISHNAMURTHI, B. 1957 Fishery resources of the Rameswaran Island. *Indian Fish.*, 4(2):229-254.

LOWE, R.H. 1952 *Report on the Tilapia and other fish and fisheries of Lake Nyasa 1945-47*. Fishery Publications, Lond., 1(2). 126 p.

PANSE, V.G. y SASTRY, K.V.R. 1958 Sample surveys for the improvement of fishery statistics in Egypt. Roma, FAO. 96 p. (Mimeografiado)

POPE, J.A. 1956 An outline of sampling techniques. *Rapp. Cons. int. Explor. Mer*, 140(1):11-20.

RUSSELL, E.S. 1922 *Report on market measurements in relation to the English cod fishery during the years 1912-14*. Fishery Investigations, Lond., Ser. 2, 5(1).

AGENTES DE VENTA DE PUBLICACIONES DE LA FAO

ALEMANIA	Paul Parey, Lindenstrasse 44-47. Berlin SW. 61.
ARGENTINA	Editorial Sudamericana, S.A., Humberto I 545, Buenos Aires.
AUSTRALIA	Hunter Publications. 23 McKillop Street, Melbourne C. 1.
AUSTRIA	Wilhelm Frick Buchhandlung, Graben 27, Viena 1.

BELGICA	Agence et Messageries de la Presse, 14-22 rue du Persil, Bruselas.
BOLIVIA	Librería y Editorial «Juventud», Plaza Murillo 519. La Paz.
BRASIL	Fundação Getulio Vargas, Praia de Botafogo 186, Río de Janeiro.
CAMERUN	«Le monde noir», B.P. 736, Yaoundé.
CANADA	Queen's Printer, Ottawa.
CEILAN	M. D. Gunasena and Co. Ltd., 217 Norris Road, Colombo 11.
COLOMBIA	«Agricultura Tropical», Avenida Jiménez N° 7-25. Ofcs, 811/816, Bogotá; Librería Central, Calle 14, N° 6-88, Bogotá.
COREA	The Eul-Yoo Publishing Co., Ltd. 5, 2-Ka, Chong-ro, Seúl.
COSTA RICA	Imprenta y Librería Trejos, Apartado 1313, San José.
CUBA	Cubartimpex, Lonja del Comercio, 4° piso, Lamparilla N° 2, La Habana.
CHILE	Sala y Grijalbo Ltda., Calle Monjitas 654, Casilla 180-D, Santiago,
CHIPRE	MAM P.O. Box 1722, Nicosia.
DINAMARCA	Ejnar Munksgaard, Prags Boulevard 47, Copenhagen S.
ESPAÑA	Librería Mundi-Prensa, Castelló 37, Madrid; José Bosch, Librero, Ronda Universidad 11, Barcelona; Librería General, S. Miguel 4. Zaragoza.
ESTADOS UNIDOS DE AMERICA	Columbia University Press, International Documents Service, 2960 Broadway, Nueva York 27, N.Y.
ETIOPIA	International Press Agency, P.O. Box 120, Addis Abeba.
FILIPINAS	The Modern Book Company, 518-520 Rizal Avenue, Manila.
FINLANDIA	Akateeminen Kirjakauppa, 2 Keskuskatu, Helsinki.
FRANCIA	Les Editions A. Pedone, 13 rue Soufflot, Paris 5 ^e .
GRECIA	«Eleftheroudakis», Constitution Square, Atenas; Institute of Scientific Publications, 9 Amerikis Street, Atenas.

GUATEMALA	Sociedad Económico Financiera, Edificio Briz, Despacho 207, 6ª Av. 14-33. Zona 1, Guatemala.
HAITI	Max Bouchereau, Librairie «A la Caravelle», B.P. 111B, Puerto Príncipe.
HONG KONG	Swindon Book Co., 13-15 Lock Road, Kowloon.
INDIA	Oxford Book and Stationery Co., Scindia House, Nueva Delhi; 17 Park Street, Calcuta.
INDONESIA	Pembangunan Ltd., 84 Gunung Sahari, Yakarta.
IRAK	Mackenzie's Bookshop, Bagdad.
IRAN	Economist Tehran, 99 Sevom Esfand Av, Teherán.
IRLANDA	The Controller, Stationery Office, Dublin,
ISLANDIA	Snaebjörn Jónsson and Co.h.f., Hafnarstraeti 9, P. O. Box 1131, Reykjavik.
ISRAEL	Emanuel Brown, formerly Blumstein's Bookstores Ltd., P.O. Box 4101, Tel Aviv.
ITALIA	Libreria Internazionale Rizzoli. Largo Chigi, Roma; A.E.I.O.U., Via Meravigli 16, Milán.
JAPON	Maruzen Company Ltd., Tori-Nichome 6, Nihonbashi. Tokio.
LIBANO	Dar Al-Maaref Liban S.A.L., place Riad El-Solh, B. P. 2320, Beirut.
MALASIA	Caxton Stationers Ltd., 13 Market Street, Kuala Lumpur.
MARRUECOS	Librairie "Aux Belles Images", 281 avenue Mohammed V, Rabat.
MEXICO	Manuel Gómez Pezuela e Hijo, Donceles 12, México, D.F.
NIGERIA	University Bookshop Nigeria Ltd., University College, Ibadán.
NORUEGA	Johan Grundt Tanum, Karl Johansgt, 43, Oslo.
NUEVA ZELANDIA	Government Printing Office: Government Bookshops at State Advances Buildings, Rutland Street, P.O. Box 5344, Auckland; 20 Moleworth Street, Private Bag, Wellington; 112 Gloucester Street, P.O. Box 1721, Christchurch; Stock Exchange Building, corner Water and Bond Streets, P.O. Box 1104, Dunedin.
PAISES BAJOS	N. V. Martinus Nijhoff, Lange Voorhout 9, La Haya.

PAKISTAN OCCIDENTAL	Mirza Book Agency, 65 The Mall, Lahore 3.
PANAMA	Agencia Internacional de Publicaciones J. Menéndez, Apartado 2052, Panamá.
PARAGUAY	Agencia de Librerías de Salvador Nizza. Calle Pte. Franco N° 39-43. Asunción.
PERU	Librería Internacional del Perú, S.A., Casilla 1417, Lima.
POLONIA	Ars Polona, Krakowskie Przedmiescie 7, Varsovia.
PORTUGAL	Livraria Bertrand, S.A.R.L., 73-75 Rua Garrett, Lisboa.
REINO UNIDO Y COLONIAS DE LA CORONA	H. M. Stationery Office, 49, High Holborn, Londres W.C. 1: P.O. Box 569, Londres. S.E.I. <i>Sucursales:</i> 13a Castle Street; Edinburgh 2; 35 Smallbrook, Ringway, Birmingham 5; 50 Fairfax Street, Bristol 1; 39 King Street, Manchester 2; 109 St. Mary Street, Cardiff; 80 Chichester Street, Belfast.
SIRIA	Librairie Internationale, B.P. 2456, Damasco.
SUDAFRICA	Van Schaik's Book Store, P.O. Box 724, Pretoria.
SUECIA	C.E. Fritze. Fredsgatan 2, Estocolmo 16; Gumports AB, Gotemburgo; Universitetsbokhandel, Sveavägen 166, Estocolmo Va.
SUIZA	Librairie Payot. S.A., Lausana y Ginebra; Hans Raunhardt, Kirchgasse 17, Zurich 1.
TAILANDIA	Los pedidos deben dirigirse a: FAO Regional Office for Asia and the Far East, Maliwan Mansion. Bangkok.
TAIWAN	The World Book Company, Ltd., 99 Chungking South Road, Section 1, Taipeh.
TURQUIA	Librairie Hachette, 469 Istiklal Caddesi, Beyoglu, Estambul.
URUGUAY	Héctor d'Elía - Editorial Losada Uruguay S.A., Colonia 1060, Montevideo.
VENEZUELA	Suma. S.A., Calle Real de Sabana Grande, Caracas; Librería Politécnica, Apartado del Este, 845. Caracas.
YUGOSLAVIA	Drzavno Preduzece, Jugoslovenska Knjiga, Terazije 27/11, Belgrado; Cankarjeva Založba, P. O. Box 201 - IV, Liubliana.

OTROS PAISES	Los pedidos procedentes de países en donde aún no han sido designados agentes distribuidores, pueden hacerse directamente a la Sección de Distribución y Venta, FAO, Via delle Terme di Caracalla, Roma, Italia.
--------------	--

Los precios de las publicaciones de la FAO se cotizan, como norma general, en dólares de los E.U.A., pero pueden abonarse en moneda de los respectivos países.

PM33271/12.66/S/1/1600

